Physikalische Zeitschrift

Begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

Herausgeber:
Professor Dr. **M. Born** und
Professor Dr. **P. Debye**

Schriftleiter:
Dr. **Hans Küstner** in Göttingen

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen zum Preise von vierteljährlich 3000 Mark, bei unmittelbarer Zustellung unter Kreuzband 4000 Mark, im Ausland Schweiz. Frcs. 9.— Bestellungen nehmen jede Buchhandlung, die Post sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit 100.— Mark, Beilagen nach Vereinbarung berechnet; bei Wiederholungen tritt Ermäßigung ein.

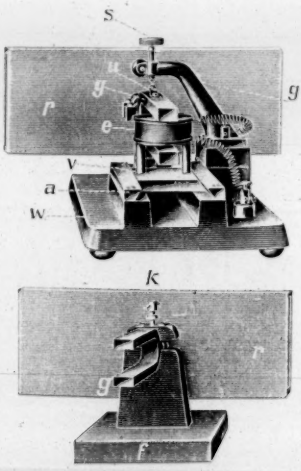
Alle Manuskriptsendungen und darauf bezügliche Zuschriften sind zu richten entweder an die Herausgeber: Professor Dr. M. Born, Göttingen, Planckstraße 21, und Professor Dr. P. Debye, Zürich, Physikgebäude, Gloriastr. 35 oder an die Schriftleitung: Dr. Hans Küstner, Göttingen, Bunsenstraße 9, Physikalisches Institut der Universität, alle Büchersendungen und Anzeigenaufträge an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 6. 15. März 1923. No. 634. 24. Jahrgang.

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn

München.



Stimmgabeln

mit Resonanzkasten
und elektrischer Erregung
zum Resonanzversuche in
größeren Räumen.

Katalog 30 erschienen und ebenso wie Spezialliste No. 29 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate kostenlos.

Inhaltsverzeichnis.

(B. = Besprechungen.)

Seite

Bauer, H. Mathematische Einführung in die Gravitationstheorie Einsteins nebst einer exakten Darstellung ihrer wichtigsten Ergebnisse. (B.) . . . 144
Benzol: Röntgenometrische Beobachtungen an festem —, s. B. Broome 124
Born, M. u. H. Kornfeld, Über den Zusammenhang des Dipolmoments und der Sublimationswärme der Halogenwasserstoffe 121
Broome, B., Röntgenometrische Beobachtungen an festem Benzol 124
Chwolson, C. D., Lehrbuch der Physik. (B.) . . . 144
Dipolmoment: Über den Zusammenhang des — und der Sublimationswärme der Halogenwasserstoffe, v. M. Born u. H. Kornfeld 121
Einstein, A., Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie. (B.) 142
Formenlehre: Einführung in die kristallographische — und elementare Anleitung zu kristallographisch-optischen sowie röntgenographischen Untersuchungen, v. F. Rinne. (B.) 143
Freundlich, H., Kapillarchemie. (B.) 141
Goetz, A., Physik und Technik des Hochvakuums. (B.) 142
Götze, R. u. F. Paschen, Seriengesetze der Linienspektren. (B.) 142
Gravitationstheorie: Mathematische Einführung in die — Einsteins nebst einer exakten Darstellung ihrer wichtigsten Ergebnisse, v. H. Bauer. (B.) 144
Halogenwasserstoffe: Über den Zusammenhang des Dipolmoments und der Sublimationswärme der —, v. M. Born u. H. Kornfeld 121
Hochvakuum: Physik und Technik des —, v. A. Goetz. (B.) 142
Kapillarchemie, v. H. Freundlich. (B.) 141
Kornfeld, H. u. M. Born, Über den Zusammenhang des Dipolmoments und der Sublimationswärme der Halogenwasserstoffe 121
Kristalle: Die — als Vorbilder des feinbaulichen Wesens der Materie, v. F. Rinne. (B.) 143
Linienspektren: Seriengesetze der —, v. F. Paschen u. R. Götze. (B.) 142
Ludewig, P., Demonstrationen aus dem Gebiete der Radioaktivität 138
Materie: Die Kristalle als Vorbilder des feinbaulichen Wesens der —, v. F. Rinne. (B.) 143

Seite

Paschen, F. u. R. Götze, Seriengesetze der Linienspektren. (B.) 142
Physik: Lehrbuch der —, v. C. D. Chwolson. (B.) 144
Radioaktivität: Demonstrationen aus dem Gebiete der —, v. P. Ludewig 138
Relativitätstheorie: Vier Vorlesungen über —, v. A. Einstein. (B.) 142
Rinne, F., Die Kristalle als Vorbilder des feinbaulichen Wesens der Materie. (B.) 143
— Einführung in die kristallographische Formenlehre und elementare Anleitung zu kristallographisch-optischen sowie röntgenographischen Untersuchungen. (B.) 143
Seriengesetze der Linienspektren, v. F. Paschen u. R. Götze. (B.) 142
de Sittersche Welt: Entgegnung auf die Bemerkungen von Herrn Lanczos über die —, v. H. Weyl . . 130
Steinsalz: Die Reißfestigkeit von —, v. F. Zwicky . 131
Sublimationswärme: Über den Zusammenhang des Dipolmoments und der — der Halogenwasserstoffe, v. M. Born u. H. Kornfeld 121
Weyl, H., Entgegnung auf die Bemerkungen von Herrn Lanczos über die de Sittersche Welt 130
Zwicky, F., Die Reißfestigkeit von Steinsalz . . . 131

Besorgung aller wissenschaftlichen Literatur
Zeitschriften - Serienwerke
übernimmt schnell und preiswert
Spezialbuchhandlung u. Antiquariat
Lehmann & Dollheimer
Leipzig, Roßstraße 22.
Angebote stehen kostenlos zur Verfügung.

Neuste Konstruktion!

Kugelepiskop. D.R.P. 250314.

Franz Schmidt & Haensch
Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16
Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.
Neue optische Spezialinstrumente
eigener Konstruktion,
Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.
Preislisten kostenlos.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. 15. März 1923. Redaktionsschluß für No. 8 am 5. April 1923. 24. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

M. Born u. H. Kornfeld, Über den Zusammenhang des Dipolmoments und der Sublimationswärme der Halogenwasserstoffe. S. 121.

B. Broomé, Röntgenometrische Beobachtungen an festem Benzol. S. 124.

H. Weyl, Entgegnung auf die Bemerkungen von Herrn Lanczos über die de Sittersche Welt. S. 130.

F. Zwicky, Die Reißfestigkeit von Steinsalz. S. 131.

P. Ludewig, Demonstrationen aus dem Gebiete der Radioaktivität. S. 138.

Besprechungen:

H. Freundlich, Kapillarchemie. S. 141.

F. Paschen u. R. Götze, Seriengesetze der Linienspektren. S. 142.

A. Goetz, Physik und Technik des Hochvakuums. S. 142.

A. Einstein, Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie. S. 142.

F. Rinne, Die Kristalle als Vorbilder des feinbaulichen Wesens der Materie. S. 143.

F. Rinne, Einführung in die kristallographische Formenlehre. S. 143.

H. Bauer, Mathematische Einführung in die Gravitationstheorie Einsteins. S. 144.

C. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik. III. S. 144.

Personalien. S. 144.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Zusammenhang des Dipolmoments und der Sublimationswärme der Halogenwasserstoffe.

Von M. Born und H. Kornfeld.

Man hat viele Gründe anzunehmen, daß die Halogenwasserstoffe im festen Zustande keine Ionengitter, wie die Salze, sondern Molekelgitter sind[1]). Wohl das gewichtigste Argument hierfür bildet die Tatsache, daß die aus der Sublimationswärme S_{HX} und der Ionisierungsenergie J_{HX} (X = Halogen) berechnete Gitterenergie

$$U_{HX} = S_{HX} + J_{HX}$$

viel größer ist als der Wert, den man unter der Annahme eines Ionengitters vom $NaCl$-Typus ableitet:

$$U_{HX} = 545 \sqrt[3]{\frac{\varrho}{M}} \text{ kcal}$$

(ϱ = Dichte, M = Molekulargewicht).

Man bekommt nämlich folgende Tabelle[2]):

Tabelle I.

	S_{HX}	J_{HX}	$U_{HX} = S_{XH} + J_{HX}$	U_{HX} (Gitter)
HCl	4.5	313	317	178
HBr	4,9	299	304	164
HJ	5.3	290	295	154

Die Kleinheit der Sublimationswärmen im Vergleich zu der Größe der Ionisierungsenergien beweist, daß bei der Erstarrung die Molekeln wesentlich unverändert bleiben und sich nur locker aneinander lagern.

Wir haben uns nun die Frage vorgelegt, welcher Art die Kräfte sind, die bei der Kondensation der Halogenwasserstoffe wirken. Man pflegt in solchen Fällen von „homöopolaren" Bindungen zu sprechen und weist damit das Problem in das unwegsame Gebiet der Quantentheorie. Wir glauben jedoch, daß man die Möglichkeit ins Auge fassen muß, daß es sich hier um eine Art Mittelding zwischen den eigentlich heteropolaren und den eigentlich homöopolaren Bindungen handelt[1]). Zur Erklärung der letzteren kommt wohl vor allem das Prinzip der Phasengleichheit der Elektronenbewegungen in den benachbarten Atomen in Betracht[2]); es handelt sich also um eine radikale Umstellung der Elektronenkonfigurationen der Atome zu einem einheitlichen Mechanismus, wobei oft sehr große Energien auftreten (wie bei den Molekelbindungen N_2, O_2 usw. oder beim Diamanten).

Wenn aber die Bindungsenergien klein sind (wie bei der Kondensation vieler Gase zu Molekelgittern), so scheint es uns unwahrscheinlich, daß ein so eingreifender Prozeß dafür verantwortlich zu machen ist.

Im Falle der Halogenwasserstoffe sind wir

1) Siehe hierzu A. Reis, Zeitschr. f. Phys. **1**, 204, 1920; W. Kossel, Zeitschr. f. Phys. **1**, 395, 1920.

2) Für J_{HX} benutzen wir die von Knipping gemessenen Werte (P. Knipping, Zeitschr. f. Phys. **7**, 328, 1921); da bei diesen Messungen Helium als Eichgas benutzt ist, sind alle Werte nach Lyman (Th. Lyman, Nature **110**, 278, 1922) und Franck (J. Franck, Zeitschr. f. Phys. **11**, 155, 1922) um 0,8 Volt oder 18 kcal verkleinert.

1) W. Kossel (Zeitschr. f. Phys. **1**, 395, 1920) hat eine Klassifizierung der Bindungstypen vorgenommen, bei der das Zusammentreten von Molekeln zu Gittern auch in solchen Fällen als homöopolare Bindung bezeichnet wird, wo die Molekel selbst heteropolar aus ihren Atomen aufgebaut ist. Die von uns gemeinte Unterscheidung hebt er nicht hervor.

2) Dieses ist wohl zuerst von A. Landé (Zeitschr. f. Phys. **4**, 410; **6**, 10, 1921) zur Erklärung des Diamantgitters benutzt worden. Eine Ableitung aus der Quantentheorie geben M. Born und W. Heisenberg. (Erscheint demnächst in der Zeitschr. f. Phys.)

nun in der Lage zu zeigen, daß man vielleicht ohne die Annahme von solchen eigentlich homöopolaren Bindungsprozessen die Gitterbildung durch rein elektrostatische Fernwirkung der Molekeln verstehen kann. Es ist nämlich bekannt, daß die Molekeln der Halogenwasserstoffe elektrische Dipole sind. Solche ziehen sich bei geeigneter Anordnung an und können zur Gitterbildung führen. Wir wollen zeigen, daß man auf diese Weise die Größenordnung der Sublimationswärmen tatsächlich erhält.

Die erste Aufgabe besteht darin, ein aus Dipolen aufgebautes stabiles Gitter anzugeben. Wir nehmen an, daß die Halogenwasserstoffe regulär kristallisieren, was wohl keiner Erfahrung widerspricht. Folgendes Dipolgitter scheint uns das einfachste zu sein, das es gibt: Man denke sich zwei kongruente reguläre Tetraeder so ineinander gestellt, daß ihre Ecken einen Würfel bilden. In den Ecken des einen Tetraeders seien Dipole so angebracht, daß ihre positiven Pole nach dem Zentrum zeigen; in den Ecken des andern Tetraeders seien Dipole so angebracht, daß ihre positiven Pole vom Zentrum fortweisen. Aus diesem Dipolwürfel von der Kantenlänge $\delta/2$ erzeuge man das Gitter durch Translationen parallel zu den Würfelkanten mit der Periode δ. Die Zelle vom Volumen $\Delta = \delta^3$ enthält dann 8 Dipole in den Richtungen der 4 Würfeldiagonalen (s. Fig. 1). Dieses Gitter hat eine beträchtliche Ähnlichkeit mit dem

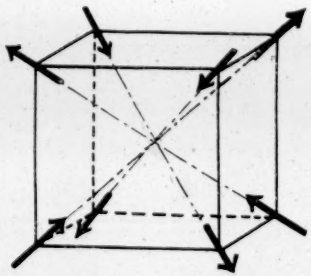


Fig. 1.

bekannten $NaCl$-Gitter. Je zwei Nachbardipole auf einer Würfelkante ziehen sich nämlich an, weil sie sich ihre entgegengesetzten Pole zukehren, ebenso wie sich Nachbarionen beim $NaCl$-Gitter anziehen. Ferner stoßen sich je zwei Dipole ab, die auf der Würfelflächendiagonale benachbart sind; und solche, die auf der Würfeldiagonale benachbart sind, ziehen sich wieder an; alles ganz analog wie bei den Ionen des $NaCl$-Gitters[1]).

Die zweite Aufgabe ist die Berechnung der Energie des Kontraktionsbestrebens, das von der Anziehung der Dipole herrührt. Man erhält für die elektrostatische Energie des Gitters pro Molekel[2]) den Wert

$$-21{,}41 \cdot \frac{p^2}{\delta^3},$$

wo p das Dipolmoment ist.

Für die Energie der Abstoßungskräfte machen wir den Ansatz $+\beta\delta^{-n}$, der sich bei den Ionengittern bewährt hat; wir vernachlässigen also hier die Abweichungen von der Zentralsymmetrie.

Dann ist die Gitterenergie pro Molekel

$$\Phi = -\frac{21{,}41\,p^2}{\delta^3} + \frac{\beta}{\delta^n}.$$

Eliminiert man β mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingung $\frac{d\Phi}{d\delta} = 0$, so wird

$$\Phi = -\frac{21{,}41\,p^2}{\delta^3}\left(1 - \frac{3}{n}\right).$$

Die Sublimationswärme in cal ist:

$$S = -2{,}388 \cdot 10^{-8} N \cdot \Phi,$$

wo N die Loschmidtsche Zahl pro Mol ist. Da die Zelle 8 Molekeln enthält, ist

$$\delta^3 = \frac{8M}{\varrho N},$$

wo M das Molekulargewicht, ϱ die Dichte bedeuten.

Zur Bestimmung der Zahl n ziehen wir in Ermanglung von Daten über die Kompressibilität oder die spezifische Wärme die Überlegung heran, daß der für die Abstoßung der Ionen in den Salzgittern gültige Exponent $n = 9$ wohl auch hier angenommen werden darf; denn die Symmetrie der Elektronen im Halogenion wird durch das angelagerte Wasserstoffion nicht beträchtlich gestört sein, wie aus der Größe des Dipolmoments geschlossen werden kann (s. unten). Wir bekommen somit

$$S = 1{,}565 \cdot 10^{10} \frac{p^2 \varrho}{M} \text{ cal}.$$

Wir wollen umgekehrt aus den gemessenen Sublimationswärmen die Dipolmomente berechnen. Man findet:

$$p = 7{,}995 \cdot 10^{-21} \sqrt{\frac{MS}{\varrho}}.$$

---

1) Es soll versucht werden, die hier hypothetisch aufgestellte Struktur röntgenographisch zu prüfen.

2) Siehe die demnächst erscheinende Göttinger Dissertation von H. Kornfeld.

Hiermit erhalten wir folgende Tabelle[1]):

Tabelle II.

	s	p ber.	p beob.	$p_0 = er_0$
HCl	4550	$2{,}90 \cdot 10^{-18}$	$1{,}48 \cdot 10^{-18}$ Fr.u.H. $2{,}15 \cdot 10^{-18}$ F.u.W.	$6{,}04 \cdot 10^{-18}$
HBr	4900	$3{,}35 \cdot 10^{-18}$	—	$6{,}71 \cdot 10^{-18}$
HJ	5300	$3{,}89 \cdot 10^{-18}$	—	—

Der unter $p_{beob.}$ stehende, mit Fr. u. H. bezeichnete Wert für *HCl* stammt aus einer Arbeit von Frivold u. Hassel[2]), der das Dipolmoment durch Messung der Elektrostriktion der Gase bestimmt hat. Die Berechnung dieser Messungen ist dabei nach der klassischen Theorie vorgenommen. Würde man nach der Quantentheorie rechnen, so würde das Moment kleiner ausfallen; doch ist die Korrektion unsicher, solange man nichts über die Lage des Impulsmoments der Elektronen weiß. Der zweite, mit F. u. W. bezeichnete Wert stammt aus einer Arbeit von Falkenhagen und Weigt[3]), die das Moment aus der Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante ermittelt haben; er fällt nahe mit dem Frivoldschen zusammen. In der letzten Spalte sind unter $p_0 = er_0$ die Momente eingetragen, die dann vorhanden wären, wenn die Ladung des Halogenatoms im Kern vereinigt wäre.

Die Kernabstände r_0 sind durch die Untersuchungen von Kratzer[4]) sehr genau bekannt; sie sind in der folgenden Tabelle aufgeführt und neben die Dipollängen r gesetzt, die man aus den von uns berechneten p-Werten nach der Formel $p = er$ erhält.

möchten wir diesem Umstand kein großes Gewicht beilegen, da einmal in der Theorie der Abstoßungsexponent n unbekannt und nur geschätzt ist, sodann auch die Messungen und ihre theoretische Interpretation zur Bestimmung des Dipolmoments als recht unsicher gelten müssen.

Wichtig scheint uns dagegen, daß die berechneten p-Werte wesentlich kleiner (etwa halb so groß) sind als die oberen Grenzen $p_0 = er_0$; denn wären diese überschritten, so wäre unsere Hypothese sicherlich falsch. So aber glauben wir sagen zu dürfen, daß ein beträchtlicher Teil, vielleicht sogar der ganze Betrag der Sublimationswärme der Halogenwasserstoffe auf der wechselseitigen Anziehung der Dipole beruht.

Zur Veranschaulichung der Größenverhältnisse haben wir in die Tabelle III noch einige andere lineare Dimensionen bzw. die Verhältnisse von solchen aufgenommen: die Gitterkonstante δ und den Abstand s des Schwerpunkts der äußeren Elektronen des Halogenions vom Kern. Man erhält s, indem man sich im Schwerpunkt die Ladungen der 8 äußeren Elektronen vereinigt denkt und dann das Moment aus den Ladungen und Abständen der beiden Kerne und des Schwerpunkts ausdrückt (Fig. 2):

$$p = e(-8s + r_0), \quad s = \tfrac{1}{8}(r_0 - r).$$

Man sieht aus der Tabelle III, daß s nur etwa 6 Proz. von r_0 beträgt; die Verzerrung des Halogenions durch das angelagerte H^+-Ion ist also recht gering. Aber die Energie dieser Deformation ist doch beträchtlich; denn berechnet man die zur Trennung der Ionen nötige Arbeit

Tabelle III.

	r_0	r	δ	$\frac{r_0}{\delta}$	s	$\frac{s}{r_0}$
HCl	$1{,}265 \cdot 10^{-8}$	$0{,}61 \cdot 10^{-8}$	$7{,}25 \cdot 10^{-8}$	0,175	$0{,}082 \cdot 10^{-8}$	0,065
HBr	$1{,}407 \cdot 10^{-8}$	$0{,}70 \cdot 10^{-8}$	$7{,}79 \cdot 10^{-8}$	0,181	$0{,}088 \cdot 10^{-8}$	0,063
HJ	—	$0{,}81 \cdot 10^{-8}$	$8{,}38 \cdot 10^{-8}$	—	—	—

Betrachtet man die beiden Tabellen, so sieht man, daß unsere Theorie die Größenordnung des Moments bzw. des äquivalenten Abstands r richtig wiedergibt. Allerdings ist der berechnete Wert bei *HCl* größer als der gemessene, doch

Fig. 2.

unter der Annahme, daß die Ladungen in den Kernen konzentriert sind und daß die Energie der Abstoßungskraft vernachlässigt werden kann (starre Kugel), nach der Formel

$$J_{HX} = 2{,}388 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{e^2}{r_0} \text{kcal}$$

1) Bei der kritischen Auswahl der Beobachtungsergebnisse für die Sublimationswärmen haben uns die Herren A. Eucken und H. v. Wartenberg in liebenswürdiger Weise unterstützt.

2) O. E. Frivold u. O. Hassel, diese Zeitschr. **24**, 82, 1923.

3) H. Falkenhagen u. H. Weigt, diese Zeitschr. **23**, 87, 1922.

4) A. Kratzer, Zeitschr. f. Phys. **3**, 289; **3**, 460, 1920.

und vergleicht sie mit den von Knipping gemessenen Werten der Ionisierungsenergie, so erhält man folgende Tabelle:

Tabelle IV.

	J_{HX} ber.	J_{HX} beob.	Differenz
HCl	261	313	52
HBr	234	299	65

Die in der letzten Spalte angegebenen Differenzen stellen die Deformationsenergien dar.

Daß diese Werte mit den gefundenen Schwerpunktsverschiebungen s im Einklang sind, sieht man so ein[1]):

Man denke sich den 8fach geladenen Schwerpunkt quasielastisch an den Kern gebunden. Unter der oben gemachten Voraussetzung, daß das Halogenion sich hinsichtlich der Abstoßungskräfte wie eine starre Kugel vom Radius r_0 verhält, wird dann die Energie der Molekel

$$\varphi = \frac{7e^2}{r_0} - \frac{8e^2}{r_0 - s} + \frac{f}{2}s^2,$$

wo f die Konstante der quasielastischen Bindung ist, oder mit genügender Annäherung

$$\varphi = -\frac{e^2}{r_0} - \frac{8e^2}{r_0^2}s + \frac{f}{2}s^2.$$

Für das Gleichgewicht gilt

$$\frac{d\varphi}{ds} = -\frac{8e^2}{r_0^2} + fs = 0;$$

hieraus bestimmen wir die Konstante f:

$$f = \frac{8e^2}{r_0^2 s}.$$

Daher wird die Energie im Gleichgewicht:

$$\varphi = -\frac{e^2}{r_0}\left(1 + 4\frac{s}{r_0}\right).$$

Demnach erhält man folgende korrigierte Formel für die Ionisierungsenergie:

$$J_{HX} = -2{,}388 \cdot 10^{-11} N\varphi =$$

$$= 2{,}388 \cdot 10^{-11} N \frac{e^2}{r_0}\left(1 + 4\frac{s}{r_0}\right).$$

Indem man hier die Werte von $\frac{s}{r_0}$ aus Tabelle III benutzt, bekommt man folgende Zahlen:

Tabelle V.

	J_{HX} ber.	J_{HX} beob.
HCl	319	313
HBr	294	299

1) F. Haber (Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 750, 1919) hat eine Berechnung der Deformationsenergie auf Grund des elektrostatischen Würfelmodells des *Cl*-Ions gegeben. Die folgende Überlegung kommt ohne spezielle Modellvorstellungen zum Ziele.

Die Übereinstimmung ist besser, als man bei der groben Annäherungsrechnung erwarten sollte. Sie zeigt, daß unsere Werte von s, und damit auch die aus der Sublimationswärme berechneten Momente p, ziemlich richtig sein müssen.

(Eingegangen 14. Februar 1923.

Röntgenometrische Beobachtungen an festem Benzol.

Von B. Broomé.

(Mit Tafel VI.)

Mit der Möglichkeit, die relativen Lagen der Atome in kristallinischer Materie röntgenometrisch zu bestimmen, ist die Frage entstanden, ob die Vorstellungen über den räumlichen Bau organischer Moleküle, die man sich aus chemischen Gründen gemacht hat, mit ihrer Kristallstruktur übereinstimmen. Für die Richtigkeit der allgemeinen Vorstellungen über die Bindungsart des Kohlenstoffatomes sprechen bekanntlich die Untersuchungen der Kohlenstoffmodifikationen, indem das Bild vom aliphatischen Kohlenstoffatom mit der tetraedrischen Anordnung der Valenzrichtungen mit der Diamantstruktur übereinstimmt, während man bei Graphit Sechsringe wiederfindet, die der besonderen Bindungsart der aromatischen Verbindungen entsprechen. Wenn es nun auch als wahrscheinlich angesehen werden kann, daß diese Vorstellungen sich auch in den verschiedenen Typen von Verbindungen bewähren — um so eher, als man ja vermuten kann, daß hier die Moleküle als solche in die Kristallstruktur eintreten —, so kann die Entscheidung doch erst von einer Untersuchung der betreffenden Verbindungen geliefert werden, und zwar nur dann, wenn es gelingt, die relativen Lagen wenigstens der Kohlenstoffatome festzustellen. Besonders interessant scheint hierbei die Frage, ob ähnliche Sechsringe wie beim Graphit tatsächlich in den aromatischen Verbindungen als Benzolkern auftreten[1]) und nach der Richtung und Größe der hierbei als Valenzen zu bezeichnenden Verbindungslinien zwischen benachbarten Atomen. Die Größe der Aussicht auf Erfolg bei einer solchen

1) Hierfür spricht ein im Laufe dieser Arbeit erschienener Aufsatz von W. H. Bragg (Proc. Phys. Soc. London **34**, 1921), wo u. a. die Strukturen von Naphtalin und Anthracen ermittelt werden. Dabei wird eben die Ähnlichkeit mit Graphit vorausgesetzt. In jener Arbeit wird auch eine Untersuchung von Benzol angekündigt; da inzwischen meine Beobachtungen einen gewissen Abschluß erreicht haben, dürfte das Publizieren derselben zu einer Klärung der Frage beitragen.

Untersuchung wird wesentlich danach zu bemessen sein, wieviel Atome im Elementarbereich der Struktur enthalten sind. Wie die Untersuchungen von K. Becker und W. Jancke[1]) zeigen, ist diese Zahl meistens so groß, daß eine Strukturbestimmung ziemlich aussichtslos scheint. Es empfiehlt sich daher, eine möglichst einfache Substanz zu wählen, und als solche bietet sich die Grundsubstanz der aromatischen Reihe, das Benzol. Ob nun das Benzol wirklich die erwähnte Bedingung erfüllt, kann sich erst im Lauf der Untersuchung zeigen.

In der vorliegenden Mitteilung werden die Resultate der Beobachtungen bei einer Durchstrahlung von festem Benzol nach der Debye-Scherrer-Methode angegeben. Ihre Diskussion bis zur Erlangung eines gesicherten Strukturbildes bleibt dagegen vorläufig unvollständig. Dazu wird vor allem die sichere Bestimmung der in einem Elementarbereich vorhandenen Molekülzahl nötig sein.

§ 1. Versuchsanordnung.

Da das Benzol bei Temperaturen über etwa + 5° C flüssig ist, mußten sowohl die Herstellung und Einführung des Präparats als die Durchstrahlung bei niedriger Temperatur geschehen. Es zeigte sich, daß dies am bequemsten erreicht wurde, wenn der ganze Versuch im Winter bei einem offenen Fenster (— 2° C) ausgeführt wurde. Das durch Ausfrieren gereinigte Benzol wurde gefroren und in einem Mörser zerrieben. Wegen der großen Flüchtigkeit der Kristalle und ihrer Neigung, beim Zusammenpressen zu wachsen, konnten die Kriställchen nicht unter eine gewisse Grenze verkleinert werden. Die Linien der Aufnahmen sind daher aus Pünktchen zusammengesetzt. Das Benzolpulver wurde durch einen kleinen Messingtrichter in ein Kollodiumröhrchen eingefüllt, wonach der Trichter mit dem Röhrchen daran am einstellbaren Halter der Kamera (Typ von Debye und Scherrer) festgeschraubt wurde. Wenn man das Benzol direkt im Röhrchen (bei — 10° C) gefrieren läßt, werden die Kristalle zu groß, um verwendbare Linien zu geben.

Die Röntgenröhre mit Kupferantikathode war von dem von Scherrer beschriebenen Typ und wurde mit einem Induktorium betrieben. Die Stromstärke betrug 2—3 M.-A.

Mit dieser Anordnung wurde unter Verwendung von 17 M.-A.-Stunden eine erste (schwache) Aufnahme erhalten.

Bei der Fortsetzung der Arbeit war die Anordnung etwas verschieden[2]). Da das Zimmer hier nicht abgekühlt werden konnte, wurde eine Kamera von geschlossenem Typ[1]) gewählt, die dazu geeignet war, mit fester Kohlensäure umgeben zu werden. Das Benzol wurde wie früher zuerst im Freien (bei — 2° bis + 1° C) eingeführt. Um einen Niederschlag von Eis im Innern der Kamera zu verhindern, war über die äußere Blendenöffnung ein vertauschbares Papierfenster angebracht, das durch Ebonit vom gekühlten Metall isoliert war. Die austretende Strahlung ging ebenso zuerst durch ein Papierfenster, dann durch die Kohlensäure und eine Wattehülle und konnte bei etwas erhöhter Röhrenspannung beobachtet werden. Die Aufnahmen beziehen sich also auf eine Temperatur von etwa — 80° C. Während der Aufnahme wurde das Präparat von einem Motor dauernd gedreht.

Da viele Linien im Spektrogramm sehr nahe aufeinander liegen, mußte kleine Linienbreite im Verhältnis zur Filmlänge angestrebt werden. Die relative Breite der Linien wächst sowohl mit der Dicke des Präparats im Verhältnis zum Filmdurchmesser, als mit der Blendenöffnung. Da die Dicke des Präparats sowohl mit Rücksicht auf die etwas mangelhafte Orientierung (die benutzte Kamera hatte keine seitliche Einstellung), als auf die Anzahl der Kriställchen nicht allzu klein gemacht werden konnte (die kleinsten Präparate hatten den Durchmesser 0,7 mm), wurde der Filmdurchmesser so groß wie möglich gewählt. Der Film wurde dementsprechend an die äußere Wand der größten zur Verfügung stehenden Kamera gedrückt (Durchmesser ~ 70 mm). Um die von der Divergenz der Primärstrahlung herrührende Verbreiterung der Linien zu verkleinern, wurde die Blende nur 0,5 mm gemacht (Länge derselben 32 mm), d. h. so klein, daß gerade die ganze Breite des Präparats bestrahlt wird. Wenn das Präparat während der Beleuchtung rotiert wird und dabei ein wenig schräg steht (wie es bei den Benzolaufnahmen oft der Fall war wegen der Schwierigkeit, die Lage des gefüllten Kollodiumröhrchens genügend gut zu justieren), verbreitern sich die Linien so, als ob das Präparat einen größeren Durchmesser hätte. Das

1) Zeitschr. f. phys. Chemie **99**, 242 und 267, 1921.

2) Die Arbeit wurde angefangen in Zürich, konnte aber aus persönlichen Gründen nur teilweise im dortigen Physikalischen Institut der Eidg. Technischen Hochschule ausgeführt werden. Sie fand dort statt mit Unterstützung der Stiftung der Aluminiumindustrie Neuhausen, welcher Umstand dankend hervorgehoben sei. Die späteren Versuche fanden in Stockholm statt. Für das große Entgegenkommen, womit Prof. P. Quensel mir die Röntgenapparatur des Mineralogischen Institutes der „Stockholms Högskola" zur Verfügung gestellt hat, sei hier ebenfalls öffentlich gedankt.

1) Eine ähnliche wird von A. Westgren und A. E. Lindh in der Zeitschr. f. phys. Chemie **98**, 181, 1921 beschrieben.

Zentrum des Sekundärstrahlung aussendenden Gebiets fällt aber immer in die Rotationsachse. Wenn man in dieser Weise eine bekannte Substanz, z. B. einen dünnen Kupferdraht photographiert (der Durchmesser war im vorliegenden Falle 0,2 mm), so hat man daher eine Kontrolle darüber, daß keine systematischen Fehler vorliegen. Dies wird von der Tabelle I (Kupfer) dargetan, wo die beobachteten $\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ mit der berechneten quadratischen Form

$$Q = h^2 + k^2 + l^2$$

verglichen werden (h, k, l = Indizes). Die beiden letzten Kolonnen zeigen das Verhältnis $\sin^2\frac{\vartheta}{2} : Q$ für bzw. α- und β-Linien, das konstant sein soll. Die benutzte Strahlung war die K-Serie von Eisen. Die Aufnahme ist als Fig. 1 Tafel I reproduziert.

Tabelle I.

hkl	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ (beob.)	Q	$\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{Q}$ (α)	$\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{Q}$ (β)
111	0,1760	3		0,0587
111	0,2151	3	0,0717	
002	(0,2355)	4		(0,0589)
002	0,2862	4	0,0716	
022	0,4726	8		0,0591
022	0,5741	8	0,0718	
113	0,6485	11		0,0590
113	0,7902	11	0,0718	
222	0,8616	12	0,0718	

Die Werte zeigen nur einen ganz kleinen Gang innerhalb 1 Proz. Bei der Messung sind die Abstände zwischen den äußeren Kanten eines Linienpaares gemessen; die Breite der äußersten Linie wurde überall abgezogen.

Bei der gewählten Blende und Filmdurchmesser ist eine verhältnismäßig lange Expositionszeit nötig. So wurde z. B. der ziemlich schwache Kupferfilm 3 Stunden exponiert, während das Benzol, das viel schwächere Sekundärstrahlung gibt, bei der besten Aufnahme 25 Stunden exponiert wurde. Da die Benzolkristalle mit der Zeit sich verflüchtigen, mußten in diesem Falle fünf verschiedene Präparate nacheinander auf demselben Film photographiert werden.

Die Röntgenröhre aus Metall vom Siegbahn-Typ[1]) mit Eisenantikathode, welche mit einem Siemens-Halske-Instrumentarium betrieben wurde, war bei den Versuchen auf etwa 10 M.-A. und 40000 V. eingestellt.

§ 2. Resultat.

Es wurden im ganzen fünf meßbare Aufnahmen hergestellt. Alle zeigen dieselben Linien mehr oder weniger voneinander getrennt, je nach den Kamera-, Präparat- und Blendendimensionen. Die relativen Intensitäten sind stets dieselben. Die letzte Aufnahme, welche die größte Aufspaltung und zugleich die größte Intensität zeigt, ist in Fig. 2 Tafel I reproduziert und zwar mit so weit möglich richtigen Intensitätsverhältnissen (Eastman Portrait Film, Super-Speed). In Fig. 3 Tafel I ist wegen größerer Deutlichkeit das Interferenzbild für kleine Winkel derselben Aufnahme in härte er Reproduktion wiedergegeben.

Auf Grund dieser Aufnahme wurden die Zahlenwerte der Tabelle II bestimmt[1]). Dabei sind die Linienmitten gemessen, weil das Benzol

Tabelle II.

ϑ = Winkel zwischen Primär- und Sekundärstrahl,
d = Periode der reflektierenden Ebenen,
n = nicht bekannte Ordnungszahl der Reflexion,
Filmumfang = 217,6 mm,
Wellenlänge:
$FeK_\alpha = 1{,}932$ A.E. $FeK_\beta = 1{,}754$ A. E.

Nr.	Int.	$\frac{\vartheta}{2}$	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$	$\frac{d}{n}$ (A. E.)
1	2	10° 24′	0,0326	5,35
2	8	11° 22′	0,0389	(4,90)
3	10	12° 31′	0,0469	4,46
4	1	13° 31′	0,0547	(4,13)
5	1	14° 21′	0,0614	(3,90)
6	6	15° 6′	0,0679	3,71
7	7	16° 18′	0,0788	(3,44)
8	9	18° 7′	0,0967	3,11
9	4	19° 8′	0,1084	(2,95)
10	1	20° 6′	0,1181	(2,81)
11	6	21° 2′	0,1288	2,69
12	5	21° 41′	0,1366	2,61
13	4	22° 31′	0,1467	2,52
14	5	23° 23′	0,1576	2,43
15	5	23° 56′	0,1645	2,38
16	3	25° 24′	0,1840	(2,25)
17	3	25° 46′	0,1890	(2,22)
18	2	27° 3′	0,2068	2,12
19	2	27° 25′	0,2121	2,10
20	6	28° 49′	0,2322	2,005
21	4	30° 18′	0,2545	1,915
22	4	31° 22′	0,2710	1,86
23	4	32° 35′	0,2901	1,79
24	3	33° 56′	0,3117	1,73
25	1	35° 40′	0,3400	1,66
26	4	36° 52′	0,3600	1,61
27	4	37° 34′	0,3716	1,585
28	1	38° 50′	0,3933	1,54
29	1	42° 23′	0,4545	1,43
30	1	49° 8′	0,5720	1,28
31	3	51° 5′	0,6053	1,24
32	3	53° 16′	0,6423	1,205
33	3	55° 28′	0,6785	1,173
34	3	55° 43′	0,6826	1,169
35	3	56° 59′	0,7032	1,15

1) A. Westgren und A. E. Lindh l. c.

1) Da die anderen Aufnahmen Werte geben, die für die einfachen Linien in $\sin\vartheta$ weniger als 1 Proz. Abweichung zeigen, die letzte Aufnahme aber bedeutend besser ist, scheint es zweckmäßiger, nicht zu mitteln.

die Strahlung nicht beträchtlich absorbiert und dies das Zuverlässigste ist bei nahe aufeinander liegenden Linien. — In der Kolonne der Intensität bezeichnen die Zahlen die subjektiv geschätzte Rangordnung der Linien in dieser Hinsicht; 10 bezeichnet die größte Intensität. Die Angaben beziehen sich auf die absolute Intensität der Linien ohne Rücksicht auf den allgemeinen Intensitätsabfall mit zunehmendem ϑ. So muß z. B. die Linie (31) einem größeren Strukturfaktor (oder einer größeren Flächenzahl) als die Linie (21) entsprechen. Die Linie (3) ist bedeutend stärker als alle anderen. — Diejenigen Werte von $\frac{d}{n}$, die aus solchen Linien berechnet sind, welche als β-Linien gedeutet werden können und also nicht sicher der Struktur entsprechen, sind eingeklammert.

Die Linien (2), (7), (9) und (16, 17) können als β-Linien erklärt werden, die Linien (7) und (16, 17) scheinen doch zu stark, um nur β-Linien zu sein. Die Linien (4), (5) und (10) sind nur durch einzelne schwache Punkte repräsentiert, und das ganze Gebiet zwischen (3) und (6) fällt mit einem schwachen diffusen Schwärzungsring zusammen, den man auch mit dem leeren Kollodiumröhrchen bekommt, so daß die Lage dieser Linien zweifelhaft ist und sie eventuell auch als β zu deuten sind. Wenn die Linie (2) nicht nur eine β-Linie ist, kann auch (1) eine β-Linie sein. Die Linien (16, 17), (18, 19) und (33, 34) sind nicht deutlich doppelt, nur etwas breiter als die übrigen, und die Zahlen beziehen sich auf die Grenzlagen für die Linienmitten, die im Fall einer Doppellinie an der Aufnahme abgelesen werden können. Die Lagen der nahe aufeinander liegenden Linien, wie (11) bis (15) und (26), (27), sind etwas weniger genau als diejenigen der einzelnen. Bei der Ablesung wurden die Linienmitten auf einem aufgelegten Celluloidfilm mit einer Spitze markiert und gemessen. Bei dreimaliger Wiederholung des Verfahrens wichen die Ablesungen höchstens einige Promille voneinander ab. Trotzdem ist natürlich wegen der Breite der Linien (etwa 0,8 mm) hier auch für die besten Linien die Genauigkeit kleiner als bei der Kupferaufnahme.

Charakteristisch für den Film ist der starke Abfall der Intensität mit zunehmendem ϑ. So wurden keine Linien mit größerem ϑ als 114° beobachtet, während die ersten Linien, besonders die dritte, sehr intensiv sind. Es kann dieser Effekt einmal darauf beruhen, daß die Wärmebewegung hier schon bei niedriger Temperatur einen großen Einfluß hat. Andererseits ist aber auch möglich, daß die Elektronenatmosphären der Atome in Benzol und ähnlichen Substanzen eine so große Ausdehnung besitzen, daß der starke Intensitätsabfall im wesentlichen durch sie allein bewirkt wird. Ähnlich verhält sich übrigens auch Naphtalin (bei 20° C). Eine Untersuchung der Temperaturabhängigkeit dieser Erscheinung wäre von Interesse.

In diesem Zusammenhang verdient es bemerkt zu werden, daß die photographische Registrierung oftmals mit geringerer Mühe mehr leistet als die Methode mit der Ionisationskammer. In der früher zitierten Arbeit von W. H. Bragg wird die Pulvermethode kombiniert mit der Ionisationskammer verwendet. Während bei dieser Anordnung der Effekt pro Zeiteinheit gemessen wird, kann bei der photographischen Methode der Effekt durch Verlängerung der Expositionszeit vervielfacht werden. So gibt Bragg für Naphtalin 10 gemessene Spacings an, während mit einer Debye-Kamera (Durchmesser 5,8 cm) durch genügend langes Exponieren (13 Stunden) 30 meßbare α- und β-Linien erhalten wurden. Bei der verwendeten Präparatdicke waren hierbei aber 2 von Bragg gemessene Linienpaare nicht getrennt, was aber durch Veränderung von Präparat-, Film- und Blendendimensionen erreicht werden dürfte.

§ 3. Vergleich mit kristallographischen Daten.

Was die Auswertung der Beobachtungen betrifft, so wird in dieser Mitteilung keine endgültige Deutung derselben versucht. Folgendes kann aber sofort konstatiert werden.

Von Benzol liegen nur mangelhafte kristallographische Daten vor. Die einzige goniometrische Messung von Groth[1]) wird wegen der großen Flüchtigkeit der Kristalle nur als rohe Annäherung bezeichnet. Er findet rhombische Symmetrie und das Achsenverhältnis

$$a : b : c = 0{,}891 : 1 : 0{,}799.$$

Gemessen sind nur zwei Formen {111} und (untergeordnet) {322}. Die Schwingungsrichtungen entsprechen der rhombischen Symmetrie.

Das spezifische Gewicht von festem Benzol wird zu 0,992 angegeben[2]). Bei einer von mir ausgeführten Neubestimmung mit Hilfe der Schwebemethode ergab sich, daß die Benzolkriställchen in destilliertem Wasser von 0° C sinken, dagegen spezifisch leichter sind, als eine $NaCl$-Lösung vom spezifischen Gewichte 1,007. Das spezifische Gewicht des festen Benzols sollte demnach bei 0° C zwischen 1,000 und 1,007 etwa bei 1,003 liegen. Das spezifische Gewicht bei — 80° kann aus einem Vergleich der ersten bei — 2° und der letzten bei — 80° aufge-

1) Chemische Krystallographie **4**, 3, 1917.
2) S. Smiles, Chemische Konstitution und physikalische Eigenschaften. 1914.

nommenen Spektrogrammen geschätzt werden. Für die auf beiden Filmen gut meßbaren Linien (8) und (20) ergibt sich:

Tabelle III.

Nummer	d/n bei -2^0	d/n bei -80^0	$d(-2^0)/d(-80^0)$
(8)	3,136	3,107	1,0095
(20)	2,031	2,005	1,015

Das Mittel der beiden letzten Zahlen ist 1,011, danach wäre das spezifische Gewicht bei -80^0 gleich $(1{,}011)^3$. $1{,}003 = 1{,}036$, ein Wert, dessen Genauigkeit aber wohl höchstens mit 2 Proz. zu veranschlagen ist.

Wenn man nun die beobachteten Werte der Sinusquadrate mit den aus dem kristallographischen Achsenverhältnis berechneten vergleicht, so können die beiden (logarithmisch aufgetragenen) Reihen[1]) erst dann zur Deckung gebracht werden, wenn man den kleinsten Sinusquadraten der Aufnahme Flächen zuordnet, welche verhältnismäßig hohe Indizes haben und also für sehr viele zu erwartenden Linien die Intensität Null annimmt. Dabei müßte man wenigstens 8 Moleküle im Elementarbereich annehmen. Dasselbe gilt, wenn die Fläche (322) als Einheitsfläche betrachtet wird. Bei Annahme von 4 Molekülen ergibt sich im ersteren Fall annähernde Übereinstimmung mit den Daten der Aufnahme, die sich durch eine kleine Veränderung des Achsenverhältnisses — etwa zu $0{,}849 : 1 : 0{,}832$ — verbessern läßt.

Es ist aber möglich, daß die kristallographischen Symbole der Flächen nicht in Einklang mit den wirklichen primitiven Abständen der Struktur gewählt sind, weshalb auch andere Möglichkeiten, die Linienlagen zu erklären, in Betracht zu ziehen sind. Von diesen sei das Achsenverhältnis $0{,}757 : 1 : 0{,}702$ erwähnt, bei welchem die Linien (2), (6) und (7) mit den Indizes (020), (200) und (002), die Linie (3) mit (111) identifiziert werden. Zu dem Achsenverhältnis von Groth läßt sich eine rationale Beziehung finden, denn es gilt

$$0{,}891 : \tfrac{8}{9} \cdot 1 : \tfrac{3}{4} \cdot 0{,}799 = 1{,}01 : 0{,}756 : 0{,}680.$$

Die theoretische quadratische Form für ein rhombisches Gitter ist

$$Q = \frac{\lambda^2}{4}\left(\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}\right),$$

den Werten dieser Form sollen die beobachteten Werte von $\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ gleich sein. Der obigen Zuordnung der beobachteten Linien zu den Indizes entspricht nun die quadratische Funktion

$$Q = 0{,}01986\,(0{,}494\,h^2 + 0{,}862\,k^2 + l^2).$$

Die Anzahl Moleküle im Elementarbereich wird gleich 4. Die Gitterkonstante c wird

$$c = 6{,}852 \cdot 10^{-8}\ \text{cm}.$$

Das berechnete spezifische Gewicht ergibt sich zu 1,046, wenn man über sämtliche gute Linien mittelt und zu 1,035, falls man die Linien (2), (6) und (7) zugrundelegt. Die folgende Tabelle enthält einen ausführlichen Vergleich der Beobachtungen mit der Berechnung

Tabelle IV[2]).

Indizes	$Q_{ber.}$	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ beob.	Nummer	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ (beob.) / Q	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ ber.	Differenz beob. — ber.	1 Proz. von $\sin^2\frac{\vartheta}{2}$
100	0,49	—	—	—	—	—	—
010	0,86	—	—	—	—	—	—
001	1,00	—	—	—	—	—	—
110	1,36	—	—	—	—	—	—
101	1,49	—	—	—	—	—	—
011	1,86	—	—	—	—	—	—
200	1,98	0,0389	(2)	0,01965	0,0393	$-4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$
111	2,36	0,0469	(3)	0,01987	0,0469	0 „	5 „
210	2,84	—	—	—	—	—	—
201	2,98	—	—	—	—	—	—
020	3,45	0,0679	(6)	0,01958	0,0685	6 „	7 „
211	3,84	—	—	—	—	—	—
120	3,94	—	—	—	—	—	—
002	4,00	0,0788	(7)	0,01970	0,0794	-6 „	8 „
021	4,45	—	—	—	—	—	—
300	4,45	—	—	—	—	—	—
102	4,49	—	—	—	—	—	—
012	4,86	0,0967	(8)	0,01990	0,0965	$+2$ „	10 „

1) Die logarithmische Auftragung ist gewählt, damit der unbekannte Multiplikationsfaktor als Addend erscheint, durch eine Parallelverschiebung also eliminiert wird.

2) Die in der Tabelle nicht aufgeführten Linien mit den Nummern: (1), (4), (5) wurden als β-Linien angesehen und können als solche interpretiert werden.

Tabelle IV (Fortsetzung).

Indizes	$\varrho_{ber.}$	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ beob.	Nummer	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ (beob.) ϱ	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ ber.	Differenz beob. — ber.	1 Proz. von $\sin^2\frac{\vartheta}{2}$
121	4.94	—	—	—	—	—	—
310	5.31	—	—	—	—	—	—
112	5.36	—	—	—	—	—	—
220	5.42	0,1084	(9)	0,02000	0,1077	$+ 7 \cdot 10^{-4}$	$11 \cdot 10^{-4}$
301	5.45			0,01989	0,1082	+ 2 „	11 „
202	5,98	0,1181	(10)	0,01975	0,1188	— 7 „	12 „
311	6,31	—	—	—	—	—	—
221	6,42	0,1288	(11)	0,02007	0,1275	+ 13 „	13 „
212	6,84	0,1366	(12)	0,01997	0,1358	+ 8 „	14 „
022	7,45	0,1467	(13)	0,01997	0,1479	— 12 „	15 „
030	7,76	—	—	—	—	—	—
320	7,89			0,01997	0,1567	+ 9 „	16 „
100	7,90	0,1576	(14)	0,01995	0,1569	+ 7 „	16 „
122	7,94			0,01985	0,1577	— 1 „	16 „
130	8,25	0,1645	(15)	0,01994	0,1638	+ 7 „	16 „
302	8,45	—	—	—	—	—	—
031	8,76	—	—	—	—	—	—
410	8,77	—	—	—	—	—	—
321	8,89	—	—	—	—	—	—
401	8,90	—	—	—	—	—	—
003	9,00	—	—	—	—	—	—
131	9,25			—	0,1836	+ 4 „	18 „
312	9,31	0,1840	(16)	—	0,1848	0 „	18 „
222	9,42	0,1890	(17)	—	0,1870	0 „	18 „
103	9,49			—	0,1884	0 „	18 „
230	9,73	—	—	—	—	—	—
411	9,77	—	—	—	—	—	—
013	9,86	—	—	—	—	—	—
113	10,36	0,2068	(18)	—	0,2057	+ 11 „	21 „
231	10,73	0,2121	(19)	—	0,2131	— 10 „	21 „
203	10,98	—	—	—	—	—	—
420	11,35	—	—	—	—	—	—
032	11,76	0,2322	(20)	—	0,2335	— 13 „	23 „
213	11,84	—	—	—	—	—	—
322	11,89	—	—	—	—	—	—
402	11,90	—	—	—	—	—	—
330	12,20	—	—	—	—	—	—
132	12,25	—	—	—	—	—	—
421	12,35	—	—	—	—	—	—
500	12,35	—	—	—	—	—	—
023	12,45	—	—	—	—	—	—
412	12,77			—	0,2536	+ 9 „	25 „
123	12,94	0,2545	(21)	—	0,2570	— 25 „	25 „
331	13,20	—	—	—	—	—	—
510	13,21	—	—	—	—	—	—
501	13,35	—	—	—	—	—	—
303	13,45	—	—	—	—	—	—
232	13,73			—	0,2726	— 10 „	27 „
040	13,79	0,2710	(22)	—	0,2739	— 29 „	27 „
511	14,21	—	—	—	—	—	—
140	14,28	—	—	—	—	—	—
313	14,31	—	—	—	—	—	—
223	14,42			—	0,2863	+ 38 „	29 „
041	14,79	0,2901	(23)	—	0,2937	— 36 „	29 „
141	15,28	—	—	—	—	—	—
422	15,35	—	—	—	—	—	—
430	15,66			—	0,3110	+ 7 „	31 „
240	15,77	0,3117	(24)	—	0,3132	— 15 „	31 „
520	15,80			—	0,3139	— 22 „	31 „
004	16,00	—	—	—	—	—	—
332	16,20	—	—	—	—	—	—
502	16,35	—	—	—	—	—	—
104	16,49	—	—	—	—	—	—
431	16,66	—	—	—	—	—	—
033	16,76	—	—	—	—	—	—
241	16,77	—	—	—	—	—	—
521	16,80	—	—	—	—	—	—
014	16,86	—	—	—	—	—	—

Tabelle IV (Fortsetzung).

Indizes	$Q_{ber.}$	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ beob.	Nummer	$\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}\text{ (beob.)}}{Q}$	$\sin^2\frac{\vartheta}{2}$ ber.	Differenz beob. — ber.	1 Proz. von $\sin^2\frac{\vartheta}{2}$
323	16,89	—	—	—	—	—	—
403	16,90	—	—	—	—	—	—
512	17,21	0,3400	(25)	—	0,3418	$-18\cdot10^{-4}$	$34\cdot10^{-4}$
153	17,25			—	0,3426	−26 „	34 „
114	17,36	—	—	—	—	—	—
413	17,77	—	—	—	—	—	—
600	17,78	—	—	—	—	—	—
042	17,79	—	—	—	—	—	—
204	17,98			—	0,3572	+28 „	36 „
340	18,24	0,3600	(26)	—	0,3624	−24 „	36 „
142	18,28			—	0,3633	−33 „	36 „
610	18,64			—	0,3703	+13 „	37 „
233	18,73	0,3716	(27)	—	0,3720	− 4 „	37 „
601	18,78			—	0,3731	−15 „	37 „
214	18,84			—	0,3743	−27 „	37 „
341	19,24	—	—	—	—	—	—
024	19,45	—	—	—	—	—	—
611	19,64			—	0,3900	+33 „	39 „
432	19,66			—	0,3905	+28 „	39 „
242	19,77	0,3933	(28)	—	0,3926	+ 7 „	39 „
522	19,80			—	0,3934	− 1 „	39 „
124	19,94			—	0,3960	−27 „	39 „
530	20,11	—	—	—	—	—	—

Diese Deutung scheint mit Rücksicht auf die auftretenden Indizes besser zu sein als die zuerst erwähnte. Da sie — wie gewöhnlich bei rhombischen Kristallen — nicht die einzig denkbare ist, kann die bloße Übereinstimmung der Linienlagen nicht als hinreichende Stütze für ihre Richtigkeit dienen. Mit Hilfe der Pulveraufnahmen allein läßt sich demnach die quadratische Form und damit die Molekülzahl nicht mit genügender Sicherheit feststellen. Die erwähnten Zahlen sind deshalb nur als vorläufiger Vorschlag aufzufassen. Versuche, das Beobachtungsmaterial mit Hilfe von Laue-Aufnahmen zu vervollständigen, sind angefangen.

Die Arbeit entstand auf Anregung von Debye, dem ich für seine Ratschläge während derselben auch hier bestens danken möchte.

Stockholm, August 1922.

(Eingegangen 28. Februar 1923.)

Entgegnung auf die Bemerkungen von Herrn Lanczos über die de Sittersche Welt.

Von H. Weyl.

Gegenüber der Kritik, welche Herr Lanczos in dieser Zeitschr. **23**, 539—543, 1922 an einer von mir angestellten Rechnung über die statische Welt mit Massenhorizont übt (erschienen: diese Zeitschr. **20**, 31—34, 1919), halte ich an der Richtigkeit meines Resultates fest: daß man eine überall reguläre statische Lösung der kosmologischen Gravitationsgleichungen Einsteins bekommt, wenn eine den Raumäquator umgebende Zone beliebiger Dicke mit inkompressibler Flüssigkeit von geeigneter Dichte erfüllt wird. Die Versöhnung des Widerstreits, welche zwischen unsern Resultaten zu bestehen scheint, liegt darin, daß das „Sphäroïd" im vierdimensionalen euklidischen Raum, welches im Falle einer unendlich schmalen Flüssigkeitszone den Weltraum kongruent abbildet, den in der beistehenden Figur gezeichneten Meridianschnitt

besitzt. Der Winkel der beiden Kreisbögen ist 90^0 und konvergiert nicht, wie Herr Lanczos annahm, mit abnehmender Schichtdicke der Flüssigkeit gegen 180^0; die Größe ε im ersten Teil, σ_0 im zweiten Teil seiner Note ist nicht unendlich klein, und infolgedessen versagt die von ihm angewendete Methode der Näherungsrechnung.

Der Krümmungsradius des leeren Raumes sei $= 1$ gesetzt[1]). In der Flüssigkeitszone gilt dann die Gleichung

1) Selbst die kleine Rüge, welche Herr Lanczos meiner Rechenkunst in Fußnote 2, S. 539 erteilt, weise ich zurück, da jene Größe, welche bei Herrn Lanczos λ heißt, von mir mit $^1/_3\lambda$ bezeichnet wird.

$\frac{1}{h^2} = 1 + \frac{2M}{r} - \left(1 + \frac{\mu}{3}\right) r^2$ mit $2M = \frac{\mu r_0^3}{3}$.

r_0 ist der Radius ihrer beiden Grenzkugeln; der Radius a der Äquatorkugel (r_m bei Herrn Lanczos) ist die zwischen r_0 und 1 gelegene Nullstelle von $\frac{1}{h^2}$. Sie ist also Wurzel einer Gleichung 3. Grades; um ihre Auflösung zu umgehen, wandte ich den Kunstgriff an, daß ich a als neue Maßeinheit für die Längen einführte; ich setzte also $r/a = \varrho$, $r_0/a = \varrho_0$. Das ist auch für die Behandlung der unendlich schmalen Flüssigkeitszone zweckmäßig; denn dieser Fall ist nicht dadurch charakterisiert, daß r_0, sondern daß $r_0/a = \varrho_0$ unendlich wenig von 1 abweicht. Setze ich einen Augenblick zur Abkürzung

$$1 + \frac{\mu}{3} = \nu,$$

so hat man also

$$1 + \frac{\mu r_0^3}{3a} = \nu a^2; \qquad (1)$$

und indem man aus dem Zähler von

$$\frac{1}{h^2} = \frac{-\nu r^3 + r + 2M}{r}$$

den darin enthaltenen Faktor $(r - a)$ ausdividiert, findet man

$$\frac{1}{h^2} = \frac{a - r}{r} \cdot \{\nu r^2 + \nu a r + (\nu a^2 - 1)\}$$

oder wie a. a. O.

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1 - \varrho}{\varrho} \cdot \frac{\varrho^2 + \varrho + p}{1 - p},$$

mit

$$p = 1 - \frac{1}{\nu a^2}, \quad \frac{1}{1 - p} = \nu a^2. \qquad (2)$$

Nach (1) ist auch

$$p = \frac{\nu a^2 - 1}{\nu a^2} = \frac{\mu r_0^3}{3 \nu a^3} = \varrho_0^3 \left(1 + \frac{3}{\mu}\right). \qquad (3)$$

Zwischen ϱ_0 und p bekommt man eine parameterfreie Gleichung, von der ich in meiner Note zeigte, daß sie für jeden Wert von p zwischen 0 und 1 eine und nur eine Lösung $\varrho_0(p)$ hat, welche allen an sie zu stellenden physikalischen Forderungen (positive Massendichte, positiver Druck) genügt; übrigens gehört auch umgekehrt zu jedem ϱ_0 ein und nur ein p. Nach (3) drückt sich die zu wählende Dichte μ der Flüssigkeit durch jene beiden Fundamentalgrößen so aus:

$$\mu = \frac{3p}{\varrho_0^3 - p}.$$

Darauf liefert (2) vermöge

$$\nu = 1 + \frac{\mu}{3} = \frac{\varrho_0^3}{\varrho_0^3 - p}: \quad \boxed{a^2 = \frac{\varrho_0^3 - p}{\varrho_0^3 (1 - p)}}$$

Endlich ist $r_0 = a\varrho_0$, und damit sind μ, a, r_0 durch ϱ_0 und p ausgedrückt.

Für ein ϱ_0, das unendlich wenig von 1 abweicht: $\varrho_0 = 1 - \sigma_0$ (σ_0 ist nicht dasselbe, was Herr Lanczos so bezeichnet, sondern in seiner Bezeichnungsweise $= \frac{\alpha_0}{r_m}$) hatte ich gefunden: $p \sim 1 - 6\sigma_0$. Damit geben die Gleichungen für μ und a^2:

$$\mu \sim \frac{1}{\sigma_0}, \quad a^2 \sim \frac{1}{2}.$$

Es kommt also in der Tat, wie behauptet, im Limes $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

In meiner früheren Note hatte ich a nicht berechnet; bei der Auswertung der Masse im Grenzfall $\varrho_0 \sim 1$ hatte ich vielmehr, ohne die Sachlage zu prüfen, $a = 1$ eingesetzt. Mit dem richtigen Wert $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ bekommt man als Masse der unendlich schmalen Flüssigkeitszone 8π. Das gleiche Resultat ergibt sich aus den Formeln von Herrn Lanczos bei Anwendung auf die scharfe Kante des abgebildeten Sphäroïds.

Über die ganze kosmologische Frage, zu deren Klärung diese Rechnungen angestellt wurden, und den Widerstreit zwischen den Standpunkten von Einstein und de Sitter vgl. die ausführliche Diskussion in § 39 der 5. Aufl. von „Raum, Zeit, Materie" (Springer 1923).

(Eingegangen 27. Januar 1923.)

Die Reißfestigkeit von Steinsalz.

Von F. Zwicky.

Von Polanyi[1]) wurde vor einiger Zeit durch eine Überschlagsrechnung wahrscheinlich gemacht, daß sich die Reißfestigkeit von Steinsalz nach der Ionentheorie 100- bis 1000 mal größer ergibt als der experimentell dafür gefundene Wert. Im Folgenden wird dieses Resultat durch direkte genauere Berechnung bestätigt. Eine Lösung des Widerspruchs scheint möglich bei Berücksichtigung der Temperaturbewegung. Dieser Lösung läßt sich auch die Überlegung von Polanyi einordnen, da dann in seiner

1) Polanyi, Zeitschr. f. Phys. 7, 323, 1921.

Energiebilanz noch eine Wärmeenergie eingesetzt werden muß.

Die Berechnung der Reißfestigkeit erfolgt auf Grund der allgemeinen Anschauungen, die Born[1]) über die Ionentheorie entwickelt hat. Ein $NaCl$-Kristall ist bekanntlich aufgebaut aus Na^+- und Cl^--Ionen. Zwei Partikel (i, k) im Abstand r_{ik} besitzen die potentielle Energie

$$\varphi_{ik} = -\frac{e^2}{r_{ik}} + \frac{A_{i,k}}{r_{ik}^{\rho}}.$$

Der erste Summand rührt von der Coulombschen Kraft her. Der zweite ist ein phänomenologischer Ansatz für die Wirkung der abstoßenden Kräfte, für dessen Begründung wir auf die Bornschen Arbeiten verweisen. Der Wert der Konstanten $A_{i,k}$ hängt davon ab, welche zwei Ionenarten sich gegenüber stehen. Man kommt indessen schon zu einer ganz guten Darstellung der elastischen Konstanten und der Reststrahlen bei Steinsalz, wenn man an Stelle der verschiedenen $A_{i,k}$ eine einzige Konstante A benutzt, wie Born[2]) gezeigt hat. Zur Vereinfachung der Rechnungen verwenden wir auch diesen Ansatz.

Die Anteile u^- und u^+, welche von anziehenden und abstoßenden Kräften zur Energie eines Teilchens im Kristall geliefert werden, können wir immer getrennt behandeln. Wir unterscheiden sie durch obere Indizes „$-$“ und „$+$“.

Da bei den Halogen-Alkalisalzen die negativen Halogen- und die positiven Alkaliionen abwechslungsweise in den Eckpunkten eines flächenzentrierten kubischen Gitters sitzen, benutzen wir mit Vorteil die Madelungsche Methode zur Berechnung der elektrostatischen Potentiale. Wir denken uns nämlich das Gitter aus Geraden aufgebaut, auf welchen sich in gleichen Abständen $\frac{\varrho}{2}$ die beiden Ionenarten abwechslungsweise folgen. Wählen wir eine solche Gerade als x-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems (x, y, z), dessen Nullpunkt mit einem positiven Ion zusammenfällt, so erzeugt sie im Aufpunkt $P(x, y, z)$ ein Potential[3])

$$V = \frac{8e}{\varrho} \sum_{l=1}^{\infty} K_0\left[2\pi(2l-1)\frac{\sqrt{y^2+z^2}}{\varrho}\right] \cos 2\pi(2l-1)\frac{x}{\varrho}, \quad (1)$$

wobei e die Ladung der Ionen und K_0 eine Hankelsche Funktion bedeutet. In der Bezeichnungsweise der im folgenden immer benutzten Tafeln von Jahnke-Emde gilt

$$K_0(X) = \frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(iX) = \frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(Y).$$

$H_0^{(1)}(Y)$ ist die eigentliche Hankelsche Funktion erster Art (vom Index Null), welche den allgemeinen Relationen der Zylinderfunktionen genügt. Für uns sind wichtig die Gleichungen

$$\frac{d^2H_0^{(1)}}{dY^2} = -H_0^{(1)} - \frac{1}{Y}\frac{dH_0^{(1)}}{dY}$$

und

$$\frac{dH_0^{(1)}}{dY} = H_1^{(1)}(Y)$$

(Hankelsche Funktion erster Art vom Index 1).

Auf die Funktion K_0 umgedeutet bekommen wir

$$K_0''(X) = K_0 - \frac{1}{X}K_0' \quad \Big| \qquad (2)$$

$$\text{und} \quad \frac{dK_0}{dX} = \frac{\pi}{2} H_1^{(1)}(iX). \quad \Big|$$

$H_0^{(1)}$ und $H_1^{(1)}$ finden wir tabelliert. Falls die zweite Ableitung K_0'' auftritt, wird sie immer mit Hilfe von (4) auf diese beiden Funktionen zurückgeführt.

Jede der oben herausgegriffenen Geraden $g_{m,n}$ charakterisieren wir durch zwei Indizes m, n, so daß der Spurpunkt derselben mit der (y, z)-Ebene die Koordinaten

$$y = m\frac{\varrho}{2}, \quad z = n\frac{\varrho}{2}$$

hat. Der senkrechte Abstand dieser Reihe vom Nullpunkt ist also

$$r = \frac{\varrho}{2}\sqrt{m^2+n^2},$$

falls der Kristall undeformiert ist. Die Gesamtenergie berechnet sich durch Summation über alle Reihen (m, n), wobei $g_{0,0}$ gesondert behandelt werden muß. Gegenüber den Partikeln dieser Geraden besitzt das Ion im Nullpunkt die elektrostatische Energie

$$u_{0,0}^{-} = 2\sum_{\sigma=1}^{\infty}(-1)^{\sigma}\frac{e^2}{\sigma\frac{\varrho}{2}} = -4\lg 2\cdot\frac{e^2}{\varrho}.$$

Die von den abstoßenden Kräften herrührende Energie berechnet man durch Summation aller Einzelwirkungen. Ein Teilchen an der Stelle (ξ, η, ζ) ergibt gegenüber dem Ion im Nullpunkt die Energie $\frac{A}{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)^{\rho/2}}$. Est ist also der Anteil der abstoßenden Kräfte zur Energie eines Ions

$$u^+ = \Sigma' \frac{A}{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)^{\rho/2}}.$$

1) M. Born u. A. Landé, Berl. Ber. 1918, S. 1048; Verh. d. D. Phys. Ges. 1918, S. 202; M. Born, Verh. d. D. Phys. Ges. 1918, S. 230.

2) M. Born, Ann. d. Phys. **61**, 87, 1920.

3) E. Madelung, diese Zeitschr. **19**, 524, 1918.

Der Akzent an der Summe bedeutet, daß dieselbe über alle Partikel des Gitters zu erstrecken ist mit Ausnahme desjenigen im Nullpunkt selbst. So findet man für die Energie pro cm³ das bekannte Resultat

$$U = -13{,}9\,\frac{e^2}{a^1} + \frac{C_{(p)}}{a^{p+3}},$$

wo für die Gitterkonstante a von $NaCl$ der Wert $5{,}6 \cdot 10^{-8}$ cm zu setzen ist. Die Konstante C ist aus der Gleichgewichtsbedingung zu entnehmen. Die unbekannte Potenz p ist von Born aus der Kompressibilität bestimmt worden. Wir benutzen einen mittleren Wert $p = 9$. Unter dieser Voraussetzung berechnet sich die Konstante A aus C zu

$$A = 24{,}7 \cdot 10^{-82}.$$

Die Reißfestigkeit von $NaCl$.

Wir beschäftigen uns nur mit der Reißfestigkeit bei Dehnung des Kristalls in Richtung einer Hauptachse. Dieselbe ist folgendermaßen definiert. Denken wir uns das Gitter in Richtung einer Schar von Würfelkanten so gedehnt, daß zwei benachbarte Punkte vom Abstand $\frac{a}{2}$ auf eine Entfernung x gebracht werden. Wenden wir in Richtung der beiden andern Hauptachsen keine Kraft an, so wird sich eine Querkontraktion einstellen, welche aus den Quadraten mit der Seitenlänge $\frac{a}{2}$ in den zur x-Achse senkrechten Ebenen solche mit den Seiten y entstehen läßt. Die elastische Energie $U(x, y)$ des so deformierten Kristalls wird nur eine Funktion von x sein, da y zwangsweise mit x zusammenhängt durch die Gleichgewichtsbedingung

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x = F(x, y) = 0 \quad \text{für alle } x. \qquad (\alpha)$$

Die Ableitung

$$\frac{dU}{dx} = \frac{\partial U}{\partial x} + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)\frac{dy}{dx} = \frac{\partial U}{\partial x}$$

ist ein Maß für die Kraft in der x-Richtung. Sie wächst zuerst mit zunehmendem x bis zu einem Maximum, um dann bis $x = \infty$ wieder Null zu werden. Ihr Maximalwert bei Zugrundelegung eines prismatischen Stabes mit der Grundfläche 1 cm² ist die Reißfestigkeit. Bei $NaCl$ hat R den Wert $R = 5{,}31 \cdot 10^7$ dyn/cm². Aus obigem geht hervor, daß die für die Reißstelle charakteristischen Größen x_R, y_R die Bedingung

$$\frac{d^2U}{dx^2} = 0$$

erfüllen müssen. Führen wir die partiellen Differentialquotienten ein, so wird unter Berücksichtigung von (α)

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\frac{dy}{dx} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0. \qquad (3)$$

a) die Querkontraktion.

Denken wir uns zur Berechnung von u^- die Punktreihen (m, n) in die x-Richtung gelegt, so erhalten wir unter Verwendung der früheren Bezeichnungen

$$u^-_{m,n} = (-1)^{m+n}\,\frac{4e^2}{x}\sum_{\sigma=1}^{\infty} K_0\left[\frac{y}{x}\pi(2\sigma-1)\sqrt{m^2+n^2}\right],$$

$$u^- = \sum_{m,n} u^-_{m,n}, \qquad u^+ = \sum_{m,n,l}{}' \frac{A}{(l^2x^2 + m^2y^2 + n^2y^2)^{\frac{p}{2}}},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(u^+ + u^-) = \frac{4\pi e^2}{x^2}\sum_{m,n}{}'(-1)^{m+n}\sqrt{m^2+n^2}\sum_{\sigma}(2\sigma-1)K_0'\left[\frac{y}{x}\pi(2\sigma-1)\sqrt{m^2+n^2}\right] - \sum_{m,n,l}{}' p\,(m^2+n^2)\,y\,[n^2y^2 + m^2y^2 + l^2x^2]^{-\frac{p}{2}-1} = 0. \qquad (4)$$

Setzt man

$$x = \frac{a}{2}(1+\xi), \qquad y = \frac{a}{2}(1+\eta),$$

so ergibt Gleichung (4) den in Fig. 1 dargestellten funktionellen Zusammenhang zwischen η und ξ. Für kleine ξ ist η dazu proportional. Phänomenologisch erhält man für das Verhältnis

$$\frac{\eta}{\xi} = -\frac{c_{12}}{c_{11}+c_{12}} = -0{,}217 = \operatorname{tg}\alpha.$$

Nachher bleibt η zurück und strebt für $\xi = \infty$ asymptotisch einem Grenzwert η_∞ zu. Dieses η_∞ hat folgende Bedeutung. Denken wir uns die Na- und Cl-Ionen abwechslungsweise in den Eckpunkten eines ebenen quadratischen Rasters verteilt, so ist die stabile Konfiguration jene, bei welcher die Gitterkonstante gleich $a(1+\eta_\infty)$ wird. Die Stabilität gilt dabei nur für Verrückung in der Ebene. Nach einer analogen Rechnung, wie man sie zur Bestimmung der

Gitterkonstanten des räumlichen Punktsystems durchzuführen hat, ergibt sich in unserem Fall

$$\eta_\infty = -0{,}0537.$$

Wir gehen nun über zur Berechnung der

b) Reißstelle.

Es werden im folgenden die in (3) auftretenden Funktionen $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}$, $\frac{dy}{dx}$ einzeln berechnet, wobei u die potentielle Energie eines Atoms bedeutet. Mit

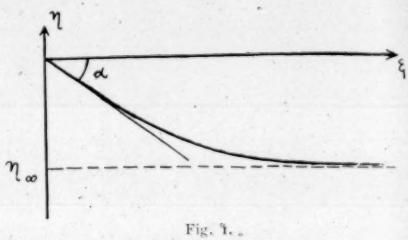


Fig. 1.

$$u^-_{m,n} = (-1)^{m+n}\frac{4e^2}{x}\sum_{\sigma=1} K_0\left[\frac{y}{x}\sqrt{m^2+n^2}\,\pi(2\sigma-1)\right],$$

erhält man

$$\frac{\partial^2 u^-_{m,n}}{\partial x^2} = 4e^2(-1)^{m+n}\Big|\frac{2}{x^3}\sum_\sigma K_0[\ldots] + 4\pi\sqrt{m^2+n^2}\,\frac{y}{x^4}\sum_\sigma (2\sigma-1)K_0'[\ldots]$$
$$+\pi^2(m^2+n^2)\frac{y^2}{x^5}\sum_\sigma K_0''[\ldots](2\sigma-1)^2\Big|$$
$$= 4e^2(-1)^{m+n}\Big|\frac{2}{x^3}\sum_\sigma K_0\left[\frac{y}{x}\sqrt{m^2+n^2}(2\sigma-1)\pi\right]$$
$$+\pi^2(m^2+n^2)\frac{y^2}{x^5}\sum_\sigma K_0\left[\frac{y}{x}\sqrt{m^2+n^2}(2\sigma-1)\pi\right](2\sigma-1)^2$$
$$+3\pi\sqrt{m^2+n^2}\,\frac{y}{x^4}\sum_\sigma (2\sigma-1)K_0'\left[\frac{y}{x}\sqrt{m^2+n^2}(2\sigma-1)\pi\right]\Big|.$$

Das Element der Energie, herrührend von abstoßenden Kräften ist

$$u^+_{m,n,l} = A(l^2x^2+m^2y^2+n^2y^2)^{-\frac{p}{2}},$$
$$\frac{\partial^2 u^+_{l,m,n}}{\partial x^2} = -Ap\,l^2(l^2x^2+m^2y^2+n^2y^2)^{-\frac{p}{2}-1}$$
$$+Ap(p+2)x^2l^4(l^2x^2+m^2y^2+n^2y)^{-\frac{p}{2}-2}.$$

Es wird

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sum_{l,m,n}{}' \frac{\partial^2 u^+_{l,m,n}}{\partial x^2} + \sum{}' \frac{\partial^2 u^-_{m,n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^-_{00}}{\partial x^2}.$$

Σ' bedeutet immer Summation der auftretenden Indizes über alle ganzen Zahlen und Null, wobei aber nicht alle zugleich Null gesetzt werden dürfen. Die Wirkung der Nullreihe muß besonders berechnet werden.

$$u^-_{00} = 2\frac{e^2}{x}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{(-1)^\nu}{\nu} = -2\lg 2\,\frac{e^2}{x},$$
$$\frac{\partial^2 u^-_{00}}{\partial x^2} = -4\lg 2\,\frac{e^2}{x^3}.$$

Für $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}$ ergeben sich folgende Ausdrücke

$$\frac{\partial^2 u^-_{m,n}}{\partial y^2} = (-1)^{m+n}\frac{4\pi^2e^2}{x^3}(m^2+n^2)\sum_\sigma (2\sigma-1)^2K_0''\left[\frac{y}{x}\pi(2\sigma-1)\sqrt{m^2+n^2}\right]$$
$$= (-1)^{m+n}4\pi e^2\Big|\frac{\pi}{x^3}(m^2+n^2)\sum_\sigma (2\sigma-1)^2K_0\left[\frac{y}{x}\pi(2\sigma-1)\sqrt{m^2+n^2}\right]$$
$$-\frac{1}{x^2y}\sqrt{m^2+n^2}\sum_\sigma (2\sigma-1)K_0'\left[\frac{y}{x}\pi(2\sigma-1)\sqrt{m^2+n^2}\right]\Big|$$
$$\frac{\partial^2 u^-_{00}}{\partial y^2} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 u^+_{l,m,n}}{\partial y^2} = A p \Big\{ -(m^2+n^2)(l^2x^2+m^2y^2+n^2y^2)^{-\frac{p}{2}-1} + (p+2)(m^2+n^2)^2(l^2x^2+m^2y^2+n^2y^2)^{-\frac{p}{2}-2} \Big\},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \sum{}' \frac{\partial^2 u^-_{m,n}}{\partial y^2} + \sum{}' \frac{\partial^2 u^+_{l,m,n}}{\partial y^2}.$$

Den Wert von $\frac{dy}{dx}$ finden wir mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingung wie folgt:

$$F(x,y) = \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = -\frac{\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}}{\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}}$$

Der Zähler dieses Quotienten ist bereits im obigen explizit angegeben. Für den Nenner erhalten wir

$$\frac{\partial^2 u^-_{m,n}}{\partial x^2} = 4e^2(-1)^{m+n}\Big\{ -\frac{2\pi}{x^3}\sqrt{m^2+n^2}\sum_{\sigma=1}^{\infty}(2\sigma-1)K_0'\left[\frac{y}{x}\sqrt{m^2+n^2}(2\sigma-1)\pi\right] - \pi^2(m^2+n^2)\frac{y}{x^4}\sum_{\sigma=1}^{\infty}(2\sigma-1)^2K_0''\left[\frac{y}{x}\sqrt{m^2+n^2}\pi(2\sigma-1)\right]\Big\},$$

$$\frac{\partial^2 u^-_{m,n}}{\partial x\,\partial y} = 4e^2(-1)^{m+n}\Big\{ -\pi^2(m^2+n^2)\frac{y}{x^4}\sum_{\sigma=1}^{\infty}(2\sigma-1)^2K_0\left[\frac{y}{x}\pi(2\sigma-1)\sqrt{m^2+n^2}\right] - \frac{\pi}{x^3}\sqrt{m^2+n^2}\sum_{\sigma}(2\sigma-1)K_0'\left[\frac{y}{x}\pi(2\sigma-1)\sqrt{m^2+n^2}\right]\Big\},$$

$$\frac{\partial^2 u_{00}}{\partial x^2} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 u^+_{l,m,n}}{\partial x^2} = A p(p+2)(m^2+n^2)l^2xy(l^2x^2+m^2y^2+n^2y^2)^{-\frac{p}{2}-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} = \sum_{l,m,n}{}' \frac{\partial^2 u^+_{l,m,n}}{\partial x\,\partial y} + \sum{}' \frac{\partial^2 u^-_{m,n}}{\partial x\,\partial y}.$$

Die Gleichung $\frac{d^2U}{dx^2} = 0$ für die charakteristischen Längen

$$x_R = \frac{a}{2}(1+\xi_R), \quad y_R = \frac{a}{2}(1+\eta_R)$$

der Reißstelle läßt sich natürlich nicht streng auflösen. Ich habe daher $\frac{d^2u}{dx^2}$ für einige x-Werte numerisch berechnet und die Nullstelle durch Interpolation gesucht. Man findet

$$\xi_R = 0{,}14, \quad \eta_R = -0{,}023.$$

Mit diesen Zahlen wurde berechnet

c) die Reißfestigkeit.

Der allgemeine Ausdruck dafür ergibt sich wie folgt. Sei U die Energie eines Würfels von einem cm³ Inhalt, dessen Kanten parallel den Hauptachsen des Kristalls orientiert sind. Vergrößern wir x um dx, so wird die Würfelkante um die Strecke ds verlängert, wobei

$$ds = \frac{1}{\frac{a}{2}}dx = \frac{2}{a}dx.$$

Die Kraft $\varkappa$, die dabei wirkt, ergibt sich aus der Energieänderung

$$\varkappa\, ds = dU, \quad \varkappa = \frac{a}{2}\frac{\partial U}{\partial x}.$$

U ist aber nach früherer Berechnung gleich

$$U = \frac{4}{a^3}\Big[\sum_{m,n}{}' u^-_{m,n} + u_{00} + \sum_{l,m,n}{}' A(l^2x^2+m^2y^2+n^2y^2)^{-\frac{p}{2}}\Big],$$

$$u_{m,n} = (-1)^{m+n} \frac{4e^2}{x} \sum_{\sigma} K_{\sigma} \left[\frac{y}{x} \pi (2\sigma - 1) \sqrt{m^2 + n^2} \right],$$

$$u_{00} = -2 \lg 2 \frac{e^2}{x}.$$

Durch Differentiation folgt leicht der Ausdruck für $\varkappa$. Setzen wir darin für die Variabeln x und y die Werte derselben an der Reißstelle ein

$$x_R = 1{,}14 \frac{a}{2}, \quad y = 0{,}977 \frac{a}{2},$$

so nimmt $\varkappa$ seinen maximalen Betrag an, d. h. es ist dann $\varkappa$ gleich der Reißfestigkeit R in Richtung einer Hauptachse. Numerisch wird

$$R = 2 \cdot 10^{10} \text{ dyn/cm}^2.$$

Experimentell wurde gefunden

$$R = 5{,}31 \cdot 10^7 \text{ dyn/cm}^2.$$

Der theoretische Wert ist also fast 400mal zu groß. Wir stellen im folgenden noch eine kleine Betrachtung an, welche eventuell geeignet ist, diesen krassen Widerspruch aufzuklären.

d) Einfluß der Temperaturbewegung auf die Reißfestigkeit.

Die obige Berechnung gilt natürlich nur für den Fall, daß die Ionen in den Gitterpunkten festliegen. Man übersieht sofort, daß das so erhaltene Resultat unter Umständen beträchtlich modifiziert werden kann durch Berücksichtigung der Temperaturbewegung, die ja von derselben Größenordnung ist wie die oben angegebene Veränderung der Gitterkonstanten von der Gleichgewichtslage bis zur Reißstelle. Um einen vorläufigen Aufschluß über die Stärke der Temperaturabhänglgkeit von R zu erhalten, führte ich, auf Vorschlag von Herrn Prof. Debye, an folgendem einfachen Fall eine Überschlagsrechnung aus. An Stelle des Kristalls denken wir uns ein einziges Na-Ion einem Cl-Ion gegenübergestellt. Ihre gegenseitige potentielle Energie sei

$$U_r = -\frac{e^2}{r} + \frac{A}{r^p}$$

entsprechend den für den Kristall gemachten Annahmen. Die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$\left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)_{r=a} = \frac{e^2}{a^2} - p \frac{A}{a^{p+1}} = 0,$$

so daß wir für den Abstand a, in welchem sich die Ionen einstellen, finden

$$a = \left(\frac{pA}{e^2}\right)^{\frac{1}{p-1}}.$$

Reißen wir die beiden Ionen auseinander, so ist die maximale Kraft

$$R = -\left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)_{\max.}$$

erreicht für jenes r_0, für welches

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}\right)_{r=r_0} = -2\frac{e^2}{r_0^3} + p(p+1)\frac{A}{r_0^{p+2}} = 0.$$

Für $p = 9$ wird

$$r_0 = \sqrt[8]{5}\, a = 1{,}22\, a.$$

Die Temperaturbewegung berücksichtigen wir folgendermaßen. Wir denken uns das eine Ion festgehalten, während das andere um eine mittlere Lage r Schwingungen ausführt von der Amplitude ξ. In einem bestimmten Moment besitzt es die potentielle Energie

$$U = -\frac{e^2}{x} + \frac{A}{x^p}, \quad x = r - \xi.$$

Ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ξ zwischen ξ und $\xi + d\xi$ liegt gleich $w(\xi)$, so entspricht der Lage r eine mittlere Energie

$$U_r = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{e^2}{x} + \frac{A}{x^p}\right) w(\xi)\, d\xi.$$

Entwickeln wir den Integranden nach ξ, so ergibt sich

$$\overline{U}_r = \int_{-\infty}^{+\infty} (X_0 + X_1 \xi + X_2 \xi^2 + \ldots)\, w(\xi)\, d\xi,$$

wobei die X_i nicht von ξ abhängen. Das Glied

$$X_1 \overline{\xi} = X_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \xi w(\xi)\, d\xi$$

entspricht dem Effekt der Wärmeausdehnung und ist sehr klein, weil positive und negative Werte von ξ fast mit derselben Wahrscheinlichkeit vorkommen. Setzen wir also $\overline{\xi} = 0$, so folgt

$$\overline{U}_r = X_0 + X_2 \overline{\xi^2},$$

$$X_0 = -\frac{e^2}{r} + \frac{A}{r^p},$$

$$X_2 = -\frac{e^2}{r^3} + \frac{p(p+1)}{2} \frac{A}{r^{p+2}}$$

und damit

$$\frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r} = \frac{e^2}{r^2} - \frac{A}{r^{p+1}} + \overline{\xi^2}\left[3\frac{e^2}{r^4} - \tfrac{1}{2}p(p+1)(p+2)\frac{A}{r^{p+3}}\right].$$

Den maximalen Wert erreicht dieser Ausdruck bei kleinen ξ für $r = r_0$. Setzen wir noch $\overline{\xi^2} = \lambda^2 r_0$, so wird

$$\left(\frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r}\right)_{r=r_0} = \frac{e^2}{r_0^2}\left[1 - p\frac{A}{e^2 r_0^{p-1}} + \lambda^2\left\{3 - \frac{pA}{e^2 r_0^{p-1}}\frac{(p+1)(p+2)}{2}\right\}\right]$$

$$= \frac{e^2}{r_0^2}\left[1 - \frac{1}{5} + \lambda^2\left(3 - \frac{1}{10}(p+1)(p+2)\right)\right],$$

oder für $p = 9$

$$\left(\frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r}\right)_{r=r_0} = \frac{4}{5}\frac{e^2}{r_0^2}\left[1 - 10\lambda^2\right].$$

Das heißt die Reißkraft fällt bei kleinen Ausschwingungen linear mit λ^2 so ab, daß sie für $\lambda = \frac{1}{\sqrt{10}}$ Null würde. Lassen wir beide Ionen schwingen, so entspricht das einer Amplitude des einzelnen von ungefähr $^1/_6$ ihres Abstandes. Nach unsern jetzigen Vorstellungen ist eine Wärmebewegung von dieser Größe in Steinsalz schon bei gewöhnlicher Temperatur vorhanden. Für größere λ^2 wird R nicht mehr linear dazu abfallen, sondern schwächer, weil es erst für unendlich großes λ^2 asymptotisch gegen Null geht. Da λ^2 unter Voraussetzung quasielastischer Kräfte der kinetischen Energie $L(T)$ des Atoms proportional ist, ergibt sich mit der, aus der Theorie der spezifischen Wärmen bekannten Funktion $L(T)$ die in Fig. 2 dargestellte Abhängigkeit der Reißfestigkeit von der Temperatur. $R(T)$ müßte also bei 0^0 abs. eine horizontale Tangente besitzen entsprechend dem gleichen Verhalten von $L(T)$. Für Temperaturen, bei denen $L(T) \sim T$ (Äquipartition), folgt dann der oben abgeschätzte starke Abfall und weiter das asymptotische Verhalten gegen die T-Achse.

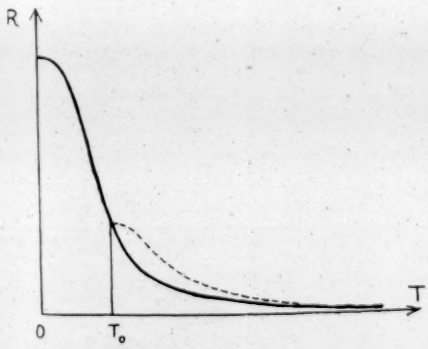


Fig. 2.

Das obige Bild wird erheblich geändert bei Vorhandensein einer Nullpunktsenergie. Dann spielt in der Figur der Punkt T_0 die Rolle des absoluten Nullpunkts. T_0 ist diejenige Temperatur, bei welcher die kinetische Energie

$$L(T_0) = \frac{kT}{2}$$

gleich ist der Nullpunktsenergie $\frac{h\nu}{2}$. Aus der spezifischen Wärme von Steinsalz ergibt sich bei Übereinanderlagerung einer Debyeschen (F_1) und einer Einsteinschen Funktion (F_2)

$$h\nu_1 = 282k\,(F_1), \quad h\nu_2 = 229k\,(F_2),$$

so daß T_0 in der Gegend von 250^0 liegen dürfte. Der Hauptanteil des starken Absinkens von R wäre also in diesem Fall der Nullpunktsenergie zuzuschreiben. $R(T)$ würde sich durch die gestrichelte Kurve darstellen, wobei der absolute Nullpunkt bei T_0 eingetragen ist. Sollte eine genauere Theorie die obigen Überlegungen bestätigen, so wäre also eine Möglichkeit gegeben, mit Hilfe von Messungen der Reißfestigkeit etwa bei Wasserstofftemperaturen, die Nullpunktsenergie experimentell festzustellen. Je nachdem R bei tiefen Temperaturen gegen einen Wert von der Größenordnung 10^{10} dyn/cm² oder einen bedeutend kleineren strebt, würde man schließen auf Nichtexistenz oder Existenz derselben. Leider sind bis jetzt noch zu wenig Messungen von R vorhanden, als daß man über dessen Temperaturabhängigkeit sichere Aussagen machen könnte.

Ich möchte noch darauf hinweisen, daß die Reißfestigkeit als Funktion der Temperatur nach bekannten Methoden der Statistik streng zu berechnen ist. Man denke sich den Kristall gedehnt. Dann erteile man den Atomen noch beliebige Verrückungen q_i und Impulse p_i und bestimme die Gesamtenergie $U(p_i q_i)$. Nach Auswertung des Zustandsintegrals

$$Z = \int_{\text{Alle Phasen}} e^{-\frac{U(p_i q_i)}{kT}}\, dp_i dq_i$$

folgt die freie Energie F bekanntlich nach der Formel

$$F = -kT \log Z, \quad k = 1{,}37 \cdot 10^{-16}\ \text{erg}.$$

Daraus folgt dann die Reißfestigkeit durch bloße Differentiation.

(Eingegangen am 27. Februar 1923.)

Demonstrationen aus dem Gebiete der Radioaktivität.

Aus dem Radium-Institut der Bergakademie Freiberg i. Sa.).

Von P. Ludewig.

Im folgenden soll eine Anordnung beschrieben werden, die dazu dient, die grundlegenden Meßmethoden der Radioaktivität zu demonstrieren. Sie hat sich in der Vorlesung über Radiumkunde an der Bergakademie Freiberg neben den früher beschriebenen Demonstrationsanordnungen[1]) gut bewährt[2]).

Bei den meisten radioaktiven Messungen ist die Meßanordnung im wesentlichen immer dieselbe: In eine Ionisationskammer ragt ein Zerstreuungsstab hinein, der mit dem Blättchen- bzw. Fadensystem eines Elektrometers verbunden ist. Nach der Aufladung des isolierten Systems fließt ein Ionisationsstrom durch den von der Strahlung leitend gemachten Ionisationsraum. Die Schnelligkeit der Bewegung des Elektrometerzeigers (Blättchen, Fäden usw.) ist ein Maß für die Stärke der Strahlung.

Will man radioaktive Messungen einem Hörerkreis demonstrieren, so ist es nötig, die Blättchen oder Fäden des Elektrometers auf einen Schirm zu projizieren. Dazu kann in bekannter Weise jedes Elektrometer (z. B. das Wulfsche) dienen. Der Nachteil bei Benutzung des Wulfschen Instrumentes besteht darin, daß zur Projektion der Fäden nicht nur eine für den Hörer unübersichtliche optische Anordnung getroffen werden muß, sondern auch besonders darin, daß es nicht möglich ist, mit einem Blick die ganze elektrische Anordnung zu übersehen. Ich habe mir die Aufgabe gestellt, eine Anordnung zu schaffen, bei der mit möglichst einfachen Mitteln die Bewegung eines Elektrometerzeigers so projiziert wird, daß dabei der ganze Aufbau möglichst klar und deutlich von jedem der Zuhörer übersehen werden kann. Es sollte dabei nicht nur eine Übersicht über den Bau des Elektrometers, sondern auch über den Ionisationsraum und damit über den ganzen Mechanismus der Messung gewonnen werden können.

Das Elektrometer (Fig. 1) ist auf einem Holzbrett A montiert, das zur Durchführung

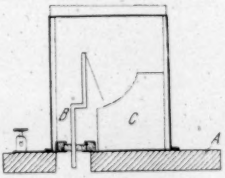


Fig. 1.

des Zerstreuungsstabes nach unten hin ein Loch besitzt. Der Blättchenträger B ist mit Bernstein isoliert und trägt ein dünnes Silberblättchen, das sich längs einer metallischen Skala C bewegt. C ist geerdet und sorgt für eine feste elektrostatische Bindung des Blättchens, sodaß es nicht über die Skala hinausschlagen kann. Das Ganze ist in einem rechteckigen Blechkasten untergebracht, der vorn und hinten durch Glasscheiben abgeschlossen ist.

Das Elektrometer wird nach Fig. 2 auf eine Art von optischer Bank gesetzt, bei der als Führungsschienen 2 Winkeleisen D dienen. Durch die 50 cm hohen Stützen E werden die Winkeleisen getragen. Diese Stützen sind hoch und sperrig gebaut, damit unter das Elektrometer Ionisationsgefäße jeder Art gebracht werden können. Der Raum F ist dann dafür frei und

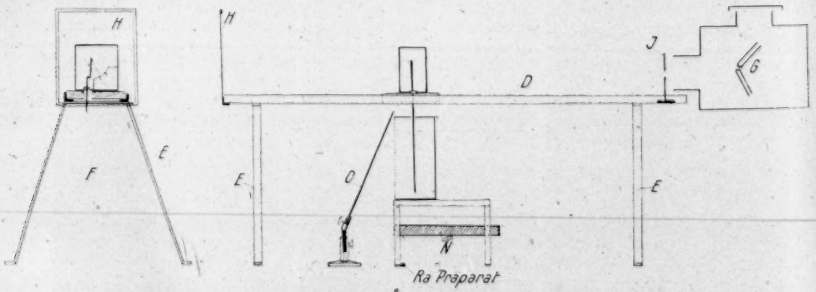


Fig. 2.

1) Ludewig, diese Zeitschr. 17, 145, 1916.
2) Die neue Apparatur kann von der Firma Fritz Kohl, Leipzig, Brüderstraße bezogen werden.

alles, was dort aufgebaut oder geändert wird, ist von weitem bequem zu überschauen. In den Raum F werden die verschiedenen Ionisationsanordnungen gebracht, die weiter unten beschrieben sind.

Das Elektrometer wird durch eine Bogenlampe G auf einen kleinen durchsichtigen Schirm H projiziert; eine Linsenanordnung ist nicht vorhanden. Falls eine Blende J vor die Bogenlampe gestellt wird, ist die Abbildung des einfachen Schattenbildes auf dem Schirm so gut, wie es sich nur wünschen läßt. Auf dem Schirm sind 2 Marken angebracht, die als Skalenmarken für die Bewegung des Elektrometerblättchens dienen. Bei der ausgeführten Anordnung entspricht der oberen Marke ein Voltwert von 900 Volt, der unteren von 460 Volt.

Der Schirm H ist leicht abzunehmen, so daß von vorn das Elektrometer selbst gezeigt werden kann. Nach dem Aufsetzen des Schirmes und dem Anzünden der Bogenlampe hat der Zuhörer das Schattenbild des Elektrometers auf dem Schirm vor sich und zu gleicher Zeit in dem Raum F die Ionisationsanordnung, die jeweils benutzt wird.

Der Normalverlust der Anordnung ist hinreichend klein; er betrug z. B. bei Einschaltung des Ionisationsraums nach Fig. 3 über 1 Stunde für den Zusammenfall des Blättchens zwischen den beiden Marken.

Versuche mit der Alphastrahlung von Pechblende und Polonium. Zum Nachweis von α-Strahlung dient der Ionisationsraum nach Fig. 3. Mit dem Elektrometer ist der Zerstreuungsstab K verbunden, der in das Ionisationsgefäß hineinragt. Dieses besteht aus einem rechteckigen Metallkasten, der vorn durch Drahtgaze abgeschlossen ist, damit man die Anordnung im Innern genau sehen kann. Auf der Rückseite ist eine kleine Tür angebracht, durch die man die α-strahlende Substanz in den Raum hineinbringen kann. Der Tisch L dient dazu, um einen Teller mit gepulverter Pechblende oder ein Poloniumpräparat aufzunehmen. Bei einem Versuch ergab sich bei 2,5 g guter Pechblende, die auf einem Teller von 12 cm Durchmesser ausgebreitet war, ein Abfallen des Blättchens am Elektrometer zwischen den beiden Marken von 25 Sekunden Dauer. Bringt man ein mit Polonium versehenes Blech in den Raum, so fallen die Blättchen fast augenblicklich zusammen. Mit dieser Ionisationskammer ist es natürlich auch möglich, in der Vorlesung nach der sog. α-Strahlenmethode ein Erz von unbekanntem Radiumgehalt mit einer analysierten Pechblende quantitativ zu vergleichen oder auch die Strahlung von Drähten zu zeigen, die in Emanation aktiviert worden sind usw.

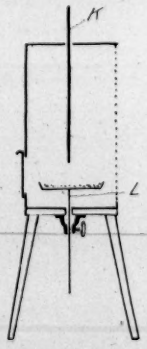


Fig. 3.

Versuch mit Gammastrahlen. Auch Versuche mit der Ionisationswirkung von γ-Strahlen lassen sich mit der Ionisationskammer nach Fig. 3 machen. Die Anordnung nach Fig. 4 dient dazu, die quadratische Abnahme der γ-Strahlung mit der Entfernung vom Präparat zu demonstrieren. Als Ionisationsgefäß dient ein rechteckiger Blechkasten, ähnlich wie in Fig. 3. Dieser steht auf einem Holzgestell, das nach rechts hin verlängert ist und auf dem sich der Träger M für das Radiumpräparat längs einer Skala verschieben läßt. Der Nullpunkt der Skala liegt in der Mitte der Ionisationskammer. Wurde auf den verschiebbaren Träger ein Radiumpräparat von 30 mg Radium-Element gelegt und dieses in ein Messingfilter von 1,5 mm Dicke zur Absorption der β-Strahlung gesteckt, so ergaben sich die Werte der folgenden Tabelle I.

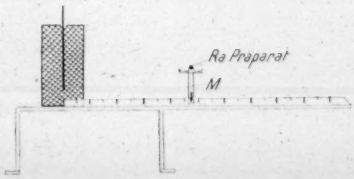


Fig. 4.

In Fig. 5 sind die reziproken Zeitwerte (multipliziert mit 1000, um bequeme Zahlen zu bekommen) in Abhängigkeit von der Entfernung aufgetragen. Die Ordinate gibt also ein Maß für die Stärke der Strahlung im Ionisationsraum. Bei geringer Entfernung des Präparats vom Ionisationsraum ist naturgemäß das quadratische

Tabelle I.

Entfernung	Zeitdauer der Bewegung des Blättchens zwischen den Marken	
r	t	$\frac{1}{t} \cdot 1000$
20	9,6 sec	104
30	18,0 „	56
40	30,0 „	33,2
50	42,5 „	23,5
60	62 „	16,1
70	84 „	11,9
80	112 „	8,9

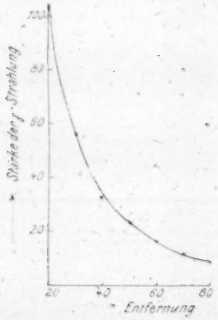


Fig. 5.

Gesetz nicht streng erfüllt, weil der Ionisationsraum in horizontaler Richtung zu große Ausdehnung besitzt; in größerer Entfernung stimmt das quadratische Gesetz recht gut. Macht man in der Vorlesung zwei Versuche in den Entfernungen von 40 und 80 cm, so kann man die quadratische Abnahme mit genügender Genauigkeit zeigen.

Demonstration von Sekundärstrahlung. Zu diesem Versuch dient die Anordnung, die in Fig. 2 unter dem Elektrometer eingezeichnet ist. Der Ionisationsraum hat wieder die Gestalt wie früher und steht auf einem Tisch, der zu gleicher Zeit eine etwa 5 cm dicke Bleiplatte N trägt. Ein Radiumpräparat von etwa 30 mg Radium-Element wird unter die Bleiplatte gelegt, so daß die direkte Strahlung durch die Bleiplatte von dem Ionisationsraum zu einem großen Teil abgeschirmt wird. Stellt man nun eine Metallplatte O so auf, daß sie von den Strahlen des Präparats direkt getroffen wird, so wird an ihr eine Sekundärstrahlung erzeugt, die durch die Drahtgaze in den Ionisationsraum gelangt. Man macht einen Versuch ohne und einen Versuch mit dem Schirm O.

War das Präparat von einem 1,5 mm dicken Messingfilter umgeben, so ergaben sich für die Bewegung des Blättchens die Zeiten:

Tabelle II.

ohne Sekundärstrahlen	180 Sek.
mit Kupferplatte	125 „
mit Aluminiumplatte .	143 „

War das Präparat nicht durch ein Messingfilter geschützt, so ergaben sich die Zeiten:

Tabelle III.

ohne Sekundärstrahlen	43 Sek.
mit Kupferplatte	21 „
mit Aluminiumplatte .	26 „

Im 2. Falle sind außer den γ-Strahlen auch noch β-Strahlen wirksam und vergrößern natürlich die Wirkung erheblich.

Versuch mit der Alphastrahlung von

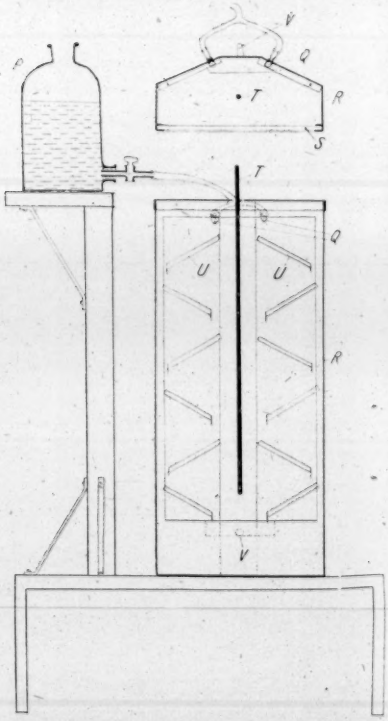


Fig. 6.

Radiumemanation. Zur Demonstration der Strahlenwirkung von Radiumemanation kann man so verfahren, daß man in bekannter Weise in einen geschlossenen Ionisationsraum Emanation einführt, und die Strahlung mit dem Elektrometer mißt. Um zu gleicher Zeit auch die Eigenschaften von radioaktivem Wasser, wie es für Emanationstherapiezwecke verwendet wird, zu zeigen, habe ich die Anordnung nach Fig. 6 getroffen. Eine Glasflasche P ist mit dem radioaktiven Wasser gefüllt. Sie besitzt einen Hahn, der durch einen Schlauch mit 2 Einlaufdüsen Q am Ionisationsgefäß R verbunden ist. Das Ionisationsgefäß ist vorn durch eine Glasscheibe S verschlossen, damit man die Anordnung im Innern genau sehen kann. Der Zerstreuungsstab T ist mit dem Elektrometer verbunden. Das Wasser tropft aus den Einlaufdüsen in ein Rinnensystem U und fließt dann schließlich durch ein Abflußrohr V nach hinten ab. Bei dem Heruntertropfen gibt das Wasser seine Emanation in den Ionisationsraum zum größten Teil ab[1]). Hat man das Elektrometer (negativ) geladen und öffnet den Hahn, so fängt nach kurzer Zeit das Elektrometerblättchen an zu wandern; seine Bewegung wird immer schneller, je mehr Emanation in den Ionisationsraum abgegeben wird. Es ist nötig, Wasser von einigen 1000 Eman im Liter zu diesem Versuch zur Verfügung zu haben. Man kann sich dieses Wasser leicht mit einer künstlichen Quelle in bekannter Weise herstellen.

Die beschriebenen Versuche geben einige Beispiele für die Verwendung der Anordnung. Sie kann zur Demonstration überall dort verwendet werden, wo ein Elektrometer als Anzeigeinstrument zur Messung von Ionisationsströmen dient.

1) Ludewig, diese Zeitschr. **22**, 298, 1921.

(Eingegangen 14. Februar 1923.)

BESPRECHUNGEN.

Herbert Freundlich, Kapillarchemie. Eine Darstellung der Chemie der Kolloide und verwandter Gebiete. 2. völlig umgearbeitete Auflage. gr. 8°. XV u. 1181 S. Leipzig, Akademische Verlagsges. 1922. M. 400.— (jetzt aber viel teurer).

Seit Erscheinen der ersten Auflage des Freundlichschen Werkes sind 13 Jahre verflossen, in denen die Kolloidforschung riesige Fortschritte gemacht hat, die eine vollständige Umarbeitung des Werkes erforderlich machten. Diese Neubearbeitung seiner Kapillarchemie hat nun Freundlich mit großem Fleiße und mit Gewissenhaftigkeit durchgeführt, dabei die Literatur weitgehendst berücksichtigt, so daß der Umfang des Buches gegen die erste Auflage verdoppelt erscheint.

Zu seiner Freude kann der Referent mitteilen, daß verschiedene unzweckmäßige oder irreführende Bezeichnungen der ersten Auflage[1]) beseitigt sind.

Einen wesentlichen Teil des Werkes bildet die Behandlung der Kapillarchemie. Wie Freundlich selbst S. 4 hervorhebt, ist diese Bezeichnung nicht sehr glücklich gewählt. Es handelt sich hier mehr um eine Beschreibung und theoretische Behandlung der Eigenschaften von Grenzflächen und der an denselben sich abspielenden Vorgänge, und zwar mehr in physikalischem als in chemischem Sinne. Die Oberflächenspannung sowohl reiner Stoffe wie der Mischungen und die Theorie derselben, insbesondere aber sehr eingehend die Adsorption und die kapillarelektrischen Vorgänge werden hier besprochen (Umfang über 400 Seiten).

Der Zusammenhang dieser Erscheinungen mit denen an Kolloiden ergibt sich aus der Betrachtung der bei den letzten Systemen auftretenden weit entwickelten Oberfläche. Es ist zu erwarten, daß die an zusammenhängenden Grenzflächen beobachteten Eigentümlichkeiten bei den feindispersen Gebilden besonders deutlich in Erscheinung treten werden.

Zwei neue kürzere Abschnitte betreffen die Kinetik der Bildung einer neuen Phase und die Brownsche Molekularbewegung. Die Besprechung der kolloiddispersen Systeme umfaßt über 500 Seiten. Die Sole und Gele werden gesondert besprochen. Leider ist bei den kolloiden Lösungen die Einteilung in lyophobe und lyophile (in der ersten Auflage als Suspensions- und Emulsionskolloide bezeichnet) beibehalten. Diese Einteilung rührt aus einer Zeit her, in der den mit Kolloiden beschäftigten Physiko-Chemikern fast nur zwei weit voneinander verschiedene Gruppen von Hydrosolen näher bekannt waren: die kolloiden Sulfide (und Metalle) einerseits und die Eiweißkolloide anderer seits. Die typischen Repräsentanten dieser Gruppen unterscheiden sich in einer größeren Anzahl von Merkmalen so weitgehend, daß eine Einteilung in zwei Klassen von kolloiden Lösungen unter gleichzeitiger Heranziehung mehrerer Merkmale (Zähigkeit, Grenzflächenaktivität, Elektrolytbeständigkeit, Gelatinierungsvermögen usw.) wohl möglich erschien. Sie ist aber, wie Referent wiederholt hervorhob[1]), undurchführbar, wenn man die Gesamtheit der Kolloide in Betracht zieht, denn ein bestimmtes Hydrosol, welches Merkmale beider Gruppen aufweist, wird der einen oder der andern Gruppe zuzuzählen sein, je nachdem man das eine oder das andere Merkmal als das wesentliche ansieht. Daraus ergibt sich schon die Notwendigkeit der von

1) Siehe meine Besprechung: Diese Zeitschr. **11**, 607, 1910.

1) Siehe z. B. Zsigmondy, Kolloidchemie, 2. Auflage, S. 29, ferner VIII. International Congress of applied Chem. 1912, vol. 22.

Freundlich gerügten Einseitigkeit der Einteilung, d. h. die Heranziehung eines einzigen Merkmales, falls man eine Zweiteilung durchführen will. Andere Merkmale werden dann herangezogen, um Unterabteilungen zu schaffen. So muß die Naturwissenschaft verfahren, um ein großes Einteilungsganzes zweckmäßig einzuteilen. Diese Prinzipien der Systematik sind aus oben erwähnten Gründen bei vielen Kolloidforschern unbeachtet geblieben, und daraus ergibt sich die immer größer werdende Schwierigkeit einer Einteilung in lyophobe und lyophile Kolloide, sobald man mehr als die erwähnten zwei kleinen Gruppen von Kolloidsystemen in Betracht zieht, eine Schwierigkeit, die Freundlich selbst mehrfache Unbequemlichkeiten bereitet hat. In einer künftigen Auflage wird vermutlich diese Zweiteilung wegfallen.

Sie läßt sich leicht vermeiden, wenn man, was Verfasser ja neuerdings tut, die Eigenschaften der Kolloide in einem speziellen Teil an Einzelbeispielen erläutert. Der allgemeine Teil kann dann ohne Rücksicht auf die beiden künstlich geschaffenen Gruppen viel einheitlicher gestaltet werden; man kann ja bei Besprechung der allgemeinen Eigenschaften (Zähigkeit, Diffusionsvermögen, osmotischer Druck, Tyndallphänomen, elektrische Ladung, Elektrolytempfindlichkeit usw.) hervorheben, bei welchen Kolloidsystemen oder bei welchen Gruppen von solchen (reine Metallsole, Sulfide, Seifen, Dextrin, Albumin usw.) sie besonders hervortreten.

Wenn sich Referent hier gegen Verwendung der Begriffe lyophil und lyophob als Grundlage einer brauchbaren Einteilung der Kolloidsysteme wendet, so hat er andererseits gegen die sachgemäße Anwendung dieser Ausdrücke nichts einzuwenden. Durch sie wird in der Tat eine Anzahl von Eigenschaften zusammengefaßt, die bei bestimmten Typen von Kolloiden gleichzeitig auftreten und zur kurzen Charakterisierung dieser Eigenschaften sind die beiden Ausdrücke gut geeignet.

Im übrigen hat der Verfasser auch bei Besprechung der kolloiddispersen Systeme eine Riesenarbeit vollbracht und die Literatur sehr weitgehend berücksichtigt. Das Werk kann wegen seiner Vielseitigkeit, Vollständigkeit und der guten Zusammenfassung der Einzelarbeiten selbst dem Fachmann als Nachschlagewerk wärmstens empfohlen werden; ein sehr umfangreiches Register erleichtert das Auffinden der überaus zahlreichen Einzelheiten. Zsigmondy.

F. Paschen u. R. Götze, Seriengesetze der Linienspektren. 8°. IV u. 154 S. Verlag Julius Springer, Berlin. 1922. Gz. 11.—

Gegenüber den Berichten: „Report on Series in line spectra" von A. Fowler und „Treatise on the analysis of spectra" von W. M. Hicks stellt das vorliegende Werk ein kurz gefaßtes Kompendium dar. Im wesentlichen ist es eine Vervollständigung und Umarbeitung der Seriensammlung von Dunt. Die Vervollständigung bezieht sich hauptsächlich auf die seit 1911 bekannt gewordenen Gesetzmäßigkeiten, die Umarbeitung auf eine bessere Anpassung an heutige theoretische Gesichtspunkte. Den Tabellen, die auch die Serienterme aus der Dissertation von F. Frommel (Tübingen 1921) enthält, geht eine Einleitung voran, die als elementarste Grundlage für Serienforschung dienen soll.

Die Einleitung bringt in knapper Form die allgemeine Serienanordnung, die Differenzierung der Terme, sowie die Quantenbeziehungen der Spektralgesetze und gibt eine Anleitung zum Auffinden einer Serie und ihrer Gesetze. Eine reiche Zahl von Schemata erleichtert das Studium und den Überblick.

Die Tabellen enthalten: Die Serienformel des Wasserstoffs und des ionisierten Wasserstoffs, das Funken- und Bogenspektrum des Heliums, ferner die Elemente *Ne*, *A*, *Li*, *Na*, *K*, *Rb*, *Cs*, *Cu*, *Ag*, *Be*, *Ca*, *Sr*, *Ba*, *Ra*, *Mg*, *Zn*, *Cd*, *Hg*, *C*, *Al*, *B*, *Sc*, *Y*, *La*, Neoytterbium, *Ga*, *In*, *Fl*, *Si*, *O*, *S*, *Se*, *Mn*. Hieran schließt sich eine Zusammenstellung der *s*-, *mp*-, *md*- und *mf*-Terme der Bogenspektra und der Differenzen $ms-(m+1)s$; $mp-(m+1)p$; $md-(m+1)d$ der Bogenspektra; ihnen folgen die Werte $109737 \cdot 1/(m+a)^2$ und der Differenzen; und schließlich die experimentell festgelegten Zeemantypen der Serienlinien.

Das Buch bringt sehr Vieles auf wenig Raum. Da es den Namen Paschen trägt, bedarf es keiner weiteren Empfehlung. H. Küstner.

A. Goetz, Physik und Technik des Hochvakuums. (Sammlung Vieweg Heft 64.) 8°. VIII u. 144 S. Mit 69 Abbildungen. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1922. Gz. 5.1

Das Buch behandelt einerseits zusammenfassend die physikalischen Grundlagen der Vorgänge im Hochvakuum, andererseits systematisch die in zahlreichen Einzelarbeiten verstreuten Arbeitsmethoden. Sein Ziel ist, den Anfänger zu lehren, wie man Hochvakuumarbeiten anfaßt, und dem Fortgeschrittenen die Möglichkeit zu geben, sich für seinen Fall unter schon ausgearbeiteten Methoden das Geeignete auszuwählen.

In außerordentlich geschickter Weise wird der Autor der Aufgabe, die er sich gestellt hat, gerecht. Die Anlage des Buches ist ganz auf die Praxis eingestellt. Ein Beispiel möge das erläutern: Auf eine eingehende Schilderung wohl fast aller gebräuchlichen Systeme von Luftpumpen folgt eine tabellarische Zusammenstellung derselben, die über Anfangsdruck, erforderliche Vorpumpe, Grenzvakuum, Saugleistung, Tourenzahl, Konstruktionsmerkmal, Wirkungsweise, Verwendung, Sauggeschwindigkeit und Betriebsart Überblick gewährt. Als weiteres Beispiel mögen die Überschriften einiger Unterabschnitte herausgegriffen werden: Die Reinigung der Gefäße und des Quecksilbers. Schiffe, Hähne usw. Trockenmittel. Absorption, Adsorption und Okklusion von Gasen an festen Stoffen. Die Adsorption und deren praktische Verwertung. Die Dimensionierung der Leitung zum Rezipienten. Das Entgasen der Metalle. Das Abschmelzen der Rezipienten.

Es ist nicht möglich, den gesamten, reichen Inhalt aufzuzählen. Das Aufgeführte wird genügen, dartzutun, daß bei den extremen Forderungen, welche die Hochvakuumtechnik heute an den Gelehrten wie an den Techniker stellt, das Buch bald der treue Freund und Berater jedes auf dem Gebiete des Hochvakuums Arbeitenden sein wird. H. Küstner.

A. Einstein, Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie. 8°. 70 S. Mit 4 Abb. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1922. M. 60.— + Teuerungszuschlägen.

Diese Ausarbeitung von vier im Mai 1921 an der Universität Princeton gehaltenen Vorträgen kann wohl als die kondensierteste Darstellung der

Relativitätstheorie und ihrer mathematischen Hilfsmittel betrachtet werden, die bisher beschrieben wurde — auf knapp 70 Seiten ist hier alles zu finden, was der Durchschnittsphysiker über diesen Gegenstand zu wissen braucht. Die erste Vorlesung bringt nach einigen kurzen aber feinen Bemerkungen philosophischer Natur eine Einleitung in die Tensorrechnung der linearen Orthogonaltransformationen, worauf dann die Gesetze der klassischen Mechanik und Elektrodynamik unter dem Gesichtspunkt ihrer Kovarianz bezüglich solcher Transformationen des dreidimensionalen Raumes betrachtet werden. Zweite Vorlesung: Spezielle Relativitätstheorie. Es wird gezeigt, wie man auf Grund des Relativitätsprinzips und des Prinzips der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit zu dem Schlusse kommen mußte, daß Raum und Zeit ihre selbständige Bedeutung verlieren und daß der Minkowskische „Welt"-Begriff an ihre Stelle treten muß. Forderung der Kovarianz der Naturgesetze gegenüber linearen Orthogonaltransformationen der vierdimensionalen Welt, Darstellung der elektrodynamischen Grundgleichungen in vierdimensionaler Schreibweise, Herleitung der wichtigsten physikalischen Folgerungen. Dritte Vorlesung: Allgemeine Relativitätstheorie. Erörterung der auf Mach zurückgehenden Gedankengänge, die zur Erweiterung des Relativitätsbegriffes führen mußten, Forderung der Kovarianz der Naturgesetze bezüglich beliebiger Punkttransformationen, Einleitungen in die allgemein invariantentheoretische Tensorrechnung bis zur Aufstellung des Riemannschen Krümmungstensors. In der vierten Vorlesung werden die nunmehr bereit gestellten mathematischen Hilfsmittel zur Formulierung der Gesetze der allgemeinen Relativitätstheorie verwendet: Gesetz der geodätischen Linie, Aufstellung der Feldgleichungen, Nachweis, daß die Newtonsche Theorie als erste Näherung hervorgeht. Hierauf Herleitung der astronomisch prüfbaren Konsequenzen der allgemeinen Theorie und kurze Erörterung des kosmologischen Problems und der Hypothese der endlichen geschlossenen Welt. Das Ganze ist ein Musterbeispiel dafür, wie man mit wenig Worten viel sagen kann — im Gegensatz zu manchen anderen gelehrten Schriften, wo das Umgekehrte der Fall ist.

Thirring.

F. Rinne, Die Kristalle als Vorbilder des feinbaulichen Wesens der Materie. 2. u. 3. Aufl. 8°. VIII u. 168 S. Mit 203 Textfiguren, 9 Tafeln und zahlreichen Tabellen. Berlin, Gebr. Borntraeger. 1922.

Die erste Auflage des Werkes hat im In- und Auslande so freudige Aufnahme gefunden, daß sich schon nach kurzer Zeit zwei neue Auflagen als nötig erwiesen. In der vorliegenden Form ist das Buch erheblich gegen die erste Auflage erweitert und vertieft. Dies geschah durch Einfügung von Übersichtstabellen, von Abschnitten über Atombereiche und stereochemische Richtlinien der Kristallbauten, durch Schilderung lehrhafter Erscheinungen des Polymorphiums sowie durch Einstellung zahlreicher erläuternder neuer Figuren 203 gegen 100 der 1. Auflage) und von Bildnissen führender Gelehrter. So hat sich der Umfang des Werkes um $^2/_3$ seines Inhalts vermehrt

Die Methoden der Strukturanalyse mit Hilfe der Röntgenstrahlen werden klar und anschaulich vor Augen geführt. Die wechselseitigen Beziehungen, die zwischen ihren Ergebnissen und den Forschungen auf dem Gebiete der Chemie, Kristallographie und der Atomphysik bestehen, werden beleuchtet. So sind gerade die Kristalle, bei denen sich die Reihenfolge der Atom- und Molekülgruppen in symmetrischer Weise wiederholt, in erster Linie geeignet, zur Erforschung des Atom-, Ionen- und Molekülbaus beizutragen.

Nach dem Geleitwort des Verfassers ist die Neuauflage mit Liebe zum Werk durchgearbeitet. Es war unnötig, dies zu betonen. Man fühlt diese Liebe auf jeder Seite. Die Lektüre ist ein Genuß.

Möge die mustergültige Klarheit der Darstellung dazu beitragen, über den Leserkreis des Fachgelehrten hinaus die exakten Naturwissenschaften auch dem Verständnis der überwältigenden Mehrzahl der nur geisteswissenschaftlich Gebildeten näher zu bringen.

H. Küstner.

F. Rinne, Einführung in die kristallographische Formenlehre und elementare Anleitung zu kristallographisch-optischen sowie röntgenographischen Untersuchungen. 4./5. Aufl. 8°. XII u. 254 S. Mit 585 Abbildungen im Text u. 1 Tafel. Leipzig, Dr. Max Jänecke. 1922.

Das Werk wendet sich vor allem an die Studierenden der Naturwissenschaften, insbesondere der Chemie und Mineralogie, die es mit den wichtigen kristallographisch-optischen Untersuchungsmethoden bekannt machen will. Auch will es einen Überblick über die Methoden der Kristallstrukturerforschung mit Hilfe der Röntgenstrahlen geben. Das Buch will nicht allein dem Praktikanten, sondern auch dem selbständig Forschenden ein Helfer sein. Weiterhin ist es seine Aufgabe, die Vorteile des Polarisationsmikroskops dem Chemiker vertrauter zu machen. Es zerfällt in drei Teile:

1. Einführung in die kristallographische Formenlehre. Auf eine Behandlung der Symmetrieelemente, der kristallographischen Bezeichnungsweisen und Symbole sowie der kristallographischen Projektionen folgt eine eingehende Besprechung der Kristallsysteme. Anschließend werden Wachstumserscheinungen und physikalische Verhältnisse, wie Kohäsion, Wärmeleitung, Pyro- und Piezoelektrizität sowie Lösungserscheinungen besprochen.

2. Kristallographisch-optische Untersuchungen. Nach eingehender Besprechung des Mikroskops und seiner Hilfsgeräte wird sein Gebrauch und die Herstellung von Präparaten erläutert. Dann folgen die Meßmethoden für Länge, Dicke und Winkel. Nach einer kurzen Betrachtung über die Beziehungen zwischen gestaltlicher und optischer Symmetrie der Kristalle werden sehr ausführlich behandelt: Die Methoden der optischen Untersuchung von Kristallen, die Untersuchungen im parallelen und im konvergenten polarisierten Licht. Ein Anhang von Übungsaufgaben beschließt den 2. Teil.

3. Grundlagen der Kristallröntgenogrammetrie. Hier werden die drei Hauptverfahren, das von Laue, das von Bragg und das von Debye und Scherrer theoretisch und praktisch besprochen; die verschiedenen Projektionsverfahren und Auswertungsmethoden zur Erschließung der Kristallstruktur aus der photographischen Aufnahme finden eingehende Würdigung.

Der überaus klare Stil und die reiche Ausstattung mit Figuren und Abbildungen werden dazu beitragen, dem Buche weiteste Verbreitung zu verschaffen. Hierzu wird bei der Verarmung unserer Zeit auch behilflich sein, daß es möglich ist, jeden der drei Teile einzeln zu beziehen.

H. Küstner.

H. Bauer, Mathematische Einführung in die Gravitationstheorie Einsteins nebst einer exakten Darstellung ihrer wichtigsten Ergebnisse. gr. 8°. VIII u. 97 S. Mit 17 Abbildungen. Leipzig u. Wien, Franz Deuticke. 1922. Brosch. M. 40.— (im Februar 1922).

Viele werden dem Verf. dankbar sein, daß er Dinge, die in der üblichen Literatur über Relativitätstheorie meist abstrakt im 4- oder gar n-dimensionalen Raume entwickelt werden, zunächst einmal möglichst anschaulich im zweidimensionalen Raume darstellt. Vor allem wird die „Parallelverschiebung" eines Vektors zunächst auf krummen Flächen genau analysiert, wobei die Bemerkung interessant, und wenigstens dem Ref. neu, ist, daß die Parallelverschiebung längs eines Breitenkreises einer Kugel genau der Drehung der Schwingungsebene beim Foucaultschen Pendel entspricht. Manchem willkommen wird auch die genauere Durchrechnung der Bewegung eines Massenpunkts im Gravitationsfelde eines anderen sein, sowie der Krümmung der Lichtstrahlen durch ein solches Feld. Stets sind diese Probleme auch zahlenmäßig durchgeführt (Perihelbewegung und Strahlenablenkung durch die Sonne). Bei der Behandlung der Radialbewegung im Schwerefelde eines Massenpunktes stellt sich heraus, daß sogar die Richtung der Kraft (in gewöhnlichem Sinne), das Vorzeichen der Beschleunigung, noch von der Energie des bewegten Punktes, also seiner Geschwindigkeit, abhängt. (Nicht deutlich genug zum Ausdruck kommt hier allerdings, daß r nicht den Abstand vom Gravitationszentrum (im gewöhnlichen Sinne) bedeutet; so entsprechen dem Intervall für r von α bis 2α Abstände zwischen 0 und $2{,}2956\,\alpha$).

In diesen mathematischen Einzelausführungen zur Theorie liegt unstreitig ein gewisser Wert des Schriftchens. Weniger glücklich sind die allgemeinen, prinzipiellen Ausführungen. Da befremdet doch zunächst bei einer „mathematischen Einführung", daß in der ganzen Schrift das Wort „invariant" gar nicht vorkommt. Damit hängt es zusammen, daß die „Tensoren", von denen zwar die Rede ist, nirgends definiert werden. Aber auch direkte Mißverständnisse sind untergelaufen, z. B. wenn r und φ (in leicht verständlicher Bedeutung) als „geodätische Koordinaten" auf einem Kreiszylinder bezeichnet werden. Schwerer aber wiegt der Irrtum, daß es nicht von dem Krümmungstensor (4. Stufe) abhängen soll, ob eine Mannigfaltigkeit eben oder gekrümmt ist, sondern von dem daraus durch Verjüngung entstehenden „Krümmungstensor 2. Stufe". Wenn dann weiter behauptet wird, daß das Verschwinden dieses Tensors das Fehlen gravitierender Massen „von endlicher Ausdehnung" in der Welt anzeige und höchstens mit dem Auftreten isolierter Massenpunkte vereinbar sei, so heißt das im Sinne Einsteins genau dasselbe wie der Satz: die Gleichung $\Delta V = 0$ spiele höchstens bei Potentialen isolierter Massenpunkte eine Rolle. Es wird eben völlig übersehen, daß es auf die Gebiete ankommt, in denen der Laplacesche Operator oder die Tensorkomponenten verschwinden. So bringt die Schrift wohl manche dankenswerte Ergänzung zu anderen Darstellungen, kann aber als selbständiger Führer in die Gedankenwelt Einsteins kaum empfohlen werden. E. R. Neumann.

C. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik. III. Band, 1. Abteilung: Die Lehre von der Wärme. Herausgegeben von G. Schmidt. 8°. 28 Bogen. Mit 105 Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1922. Grundzahl geh. M. 15.—, geb. M. 17.50 mal Schlüsselzahl.

Die großen Vorzüge dieses Lehrbuches haben wir bei der Besprechung des I. und II. Bandes in dieser Zeitschrift genügend gewürdigt. Der vorliegende 1. Teil des III. Bandes ist ebenfalls seinen Vorgängern durchaus ebenbürtig. Im Vergleich zur ersten Auflage ist dieser Band überaus stark umgeändert; und das ist zu seinem Vorteil geschehen, da so alle neueren Gedanken von Born, Debye, Einstein, Nernst, Kármán usw. mit verarbeitet sind. — Die äußere Einteilung ist folgende: In der Einleitung (1) finden sich die Begriffe: Wärmeenergie, Temperaturkoeffizient. Die Thermometrie (2) ist sehr übersichtlich, sehr reichhaltig und streng wissenschaftlich abgehandelt worden. Die Abhängigkeit der Dimensionen und des Druckes der Körper von der Temperatur ist im 3. Kapitel besprochen. Hier finden wir alle wichtigsten Methoden zur Bestimmung der Ausdehnungskoeffizienten fester Körper, der Kristalle, des Quecksilbers und anderer Flüssigkeiten, ebenso der Gase nebst Messungsresultaten. In 4. Kapitel, Wärmekapazität, werden zunächst alle wichtigen Methoden der Messung von Wärmekapazitäten erläutert. Sodann wird, ausgehend von der für zweiatomige Gase zu Recht befundenen Theorie von Clausius-Boltzmann, die Lehre von den Freiheitsgraden angeschnitten, der dann die neueren Arbeiten von Einstein, Debye, Madelung, Born u. a. zur Erläuterung der Wärmekapazität folgen. Zum Schluß dieses Abschnittes finden sich die kritisch beleuchteten Messungsergebnisse. Kapitel 5 ist „der Übergang verschiedener Formen von Energie in Wärmeenergie" überschrieben. Es enthält die Wärmequellen, die Grundlagen, Methoden und Ergebnisse thermo-chemischer Untersuchungen. Im 6. Kapitel, der Erkaltung der Körper, findet sich das bekannte Newtonsche Erkaltungsgesetz, die Regel von Dulong und Petit, die Formeln von Stefan, Lorenz u. a. nebst Zahlenwerten für die Erkaltungsgeschwindigkeit. Das Schlußkapitel (7) behandelt die Wärmeleitung sowohl theoretisch wie praktisch. Am Ende jedes Kapitels findet sich wieder eine reiche Angabe von einschlägiger Literatur. Auch diesen Band des trefflichen Lehrbuches von Chwolson können wir wärmstens jedem Physiker empfehlen. Karl Bergwitz.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a.o. Professor an der Universität Leipzig Dr. Karl Fredenhagen zum ord. Professor der Physikalischen Chemie an der Universität Greifswald.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Hans Küstner in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

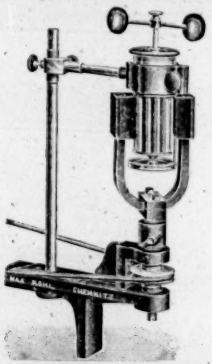
Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY.

Max Kohl A.G. Chemnitz



39068. Modell eines Kurzschlussankers nach Friedr. C. S. Müller, für die Schwungmaschine.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren

Ölluftpumpen

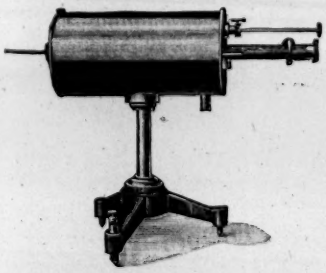
Experimentier-Schalttafeln

Projektions-Apparate

Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Grosse Preise; Turin: 2 Grosse Preise; Dresden: Grosser Preis.



Apparate für luftelektrische und radioaktive Untersuchungen.
Normalbatterie für elektrostatische Messungen.
Kondensatoren, Mikrowage.
Erdbebenregistrierapparate.

Spindler & Hoyer G.m.b.H.
Mechan. u. opt. Werkstätten
Göttingen 3.

Hochspannungs-Batterien

Vorzüge: Größte Leistung bei kleinstem Raum. Beliebige Trennbarkeit. Niedriger Preis.

Phywe-Hochspannungsbatterien
haben u. a. im Gebrauch:

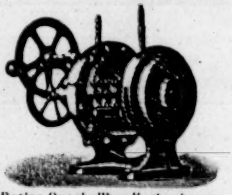
Kaiser Wilhelm-Institut, Dahlem. — Institut für Experimentalphysik, Universität Göttingen. — Institut für theoret. Physik, Universität Göttingen. — Physikal. Institut der Bergakademie Clausthal. — Röntgen-Institut, Techn. Hochschule Stuttgart. — Physikalisches Institut, Universität Frankfurt. — Physikal.-Chem. Institut. Technische Hochschule Karlsruhe. — Physikalisches Institut, Technische Hochschule Karlsruhe. — Teyler-Museum, Universität Leiden-Haarlem. — Radium-Institut, Freiberg i. S. — Institut für Schwachstromtechnik, Dresden. — Realgymnasium Schweim. — Institut für theoretische und physikalische Chemie, Freies Bildungswesen, Altona. — Naturkundig Laboratorium der Universität Groningen. — Porzellanfabrik Rosenthal, Selb. — Institut für theoretische und physikalische Chemie, Universität Brünn. — Physikalisches Institut, Universität Wilna. — Chemische Fabrik Griesheim-Elektron, Griesheim. — Kaiser Wilhelm-Institut, Düsseldorf. — Physikalisches Institut, Universität Cernauti. — Physikalisches Laboratorium der medizinischen Fakultät, Posen. — Physikalisches Institut, Universität Helsingfors. — Koch & Sterzel, Dresden. — W. C. Heraeus, Hanau.

Physikalische Werkstätten A.-G.,
Göttingen 1

Arthur Pfeiffer, Wetzlar

Gegründet 1890

Fabrik physikalischer, chemischer und technischer Apparate

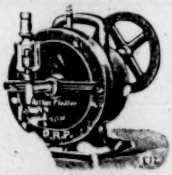


Rotier. Quecksilber-Hochvakuumpumpe System Pfeiffer. D. R. P.

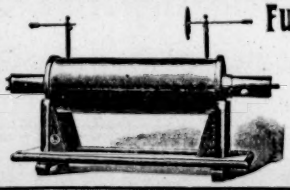
Spezialfabrik für Hochvakuumpumpen

zu wissenschaftlichen und technischen Zwecken

Alle Arten Luftpumpen, Kolben-Ölluftpumpen, rotierende Ölluftpumpen, rotierende Quecksilberluftpumpen für Betrieb und Laboratorium



Rotierende Quecksilber-Hochvakuumpumpe System Gaede. D. R. P.



Funkeninduktoren bis 1000 mm Funkenlänge

Normaltypen von 6—1000 mm Funkenlänge mit Unterbrechern aller Art

Spezial-Funkeninduktoren für technische und wissenschaftliche Zwecke

Listen kostenlos von Abteilung E verlangen.

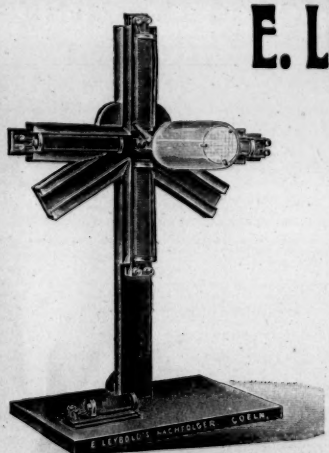
E. Leybold's Nachf. A.-G.

Cöln a/Rhein

Fabrik physikalischer Apparate

Zweigniederlassung:

Berlin NW 7, Dorotheenstraße 53



Universalstativ für Braun'sche Röhre nach Simon und Reich.

Projektionsapparate für Diaskopie und Episkopie

Hochvakuumpumpen nach Gaede

Katalog, enthaltend 16000 Nummern, wird Instituten auf Wunsch übersandt.

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.